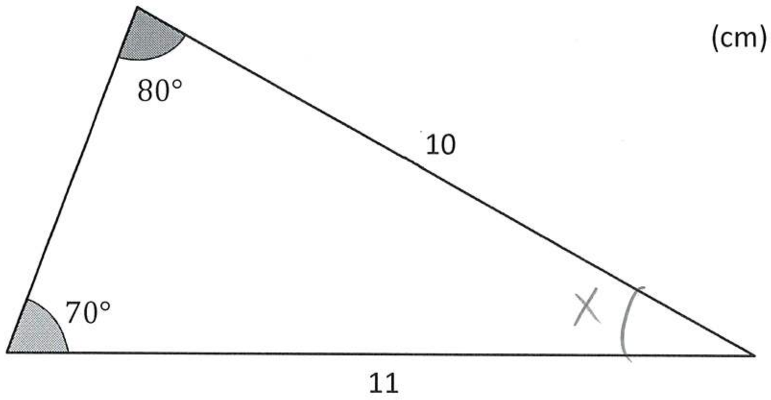
FACIT

Areasatsen

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Figuren visar en triangel med några mått och vinklar angivna.



Bestäm triangelns area (2/0/0)

Tredje vinkeln: $x + 70° + 80° = 180°$

$x = 30°$

Areasatsen kring vinkel x: $\text{Area} = \frac{10 \cdot 11 \cdot \sin 30°}{2} = \left[\begin{array}{l}\text{FB:}\\ \sin 30° = 0{,}5\end{array}\right]$

$= \frac{110 \cdot 0{,}5}{2} = 27{,}5 \text{ ae}$

2. I en triangel är två sidor 5 cm och 8 cm. Vinkeln mellan dessa sidor är 60°

Bestäm triangelns area. (2/0/0)
Svara exakt!

Areasatsen kring vinkeln 60°: $\text{Area} = \frac{5 \cdot 8 \cdot \sin 60°}{2} =$

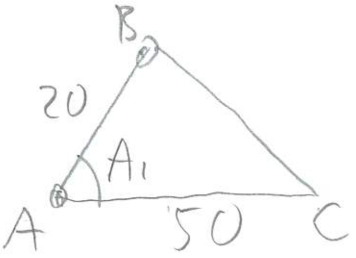
$= \left[\begin{array}{l}\text{FB}\\ \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right] =$

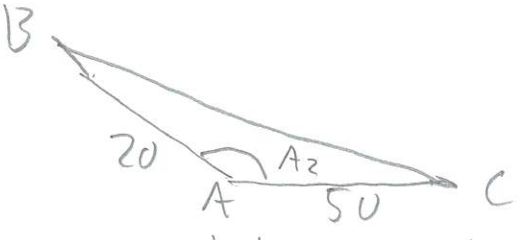
$= \frac{40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 10 \cdot \sqrt{3} \text{ ae}$

3. För triangeln ABC gäller att $AB = 20\ cm$, $AC = 50\ cm$ samt att triangelns area är $250\ cm^2$

Det finns två möjliga trianglar som uppfyller denna beskrivning.

Bestäm de två möjliga värdena på vinkel A samt skissa båda dessa trianglar. (3/0/0)





vinkel A spetsig

vinkel A trubbig

$$\text{Arean} = 250 \Rightarrow \frac{20 \cdot 50 \cdot \sin A}{2} = 250 \Rightarrow$$

$$\sin A = 0{,}5 \Rightarrow \left[\begin{matrix}\text{FB:} \\ \text{"}\sin = 0{,}5\text{"}\end{matrix}\right] \Rightarrow \begin{matrix} A_1 = 30^\circ \\ A_2 = 150^\circ \end{matrix}$$

4. För en ***likbent*** triangel gäller att de lika långa sidorna är 10 cm vardera och bland triangelns vinklar finns vinkeln 30°.

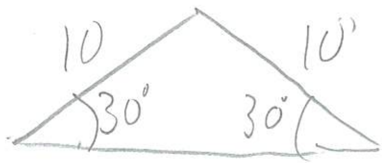
Bestäm den största möjliga arean som en sådan triangel kan anta. (2/1/0)

Två fall:

I. Toppvinkeln $= 30^\circ$

Areasatsen kring 30° $\Rightarrow \dfrac{10 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ}{2}$

$= 25$ ae



II. Basvinkeln $= 30^\circ$

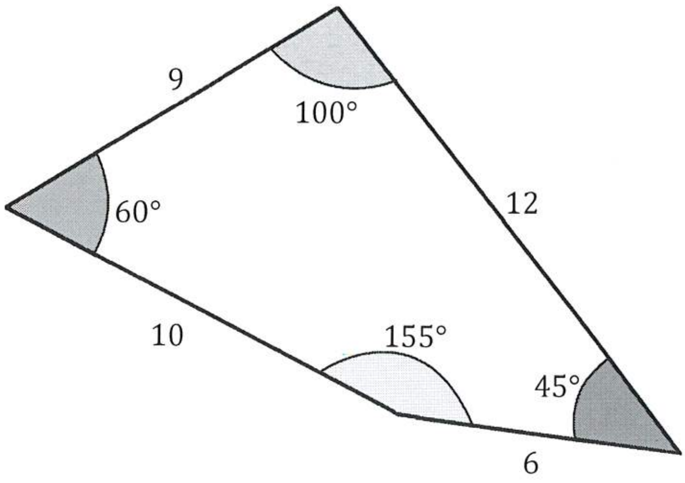
Sista vinkeln $= 120^\circ$

Areasatsen kring 120°: $\dfrac{10 \cdot 10 \cdot \sin 120^\circ}{2}$

$$= \left[\begin{matrix}\text{FB:} \\ \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{matrix}\right] = 25\sqrt{3}$$

Största arean är $25\sqrt{3}$ ae

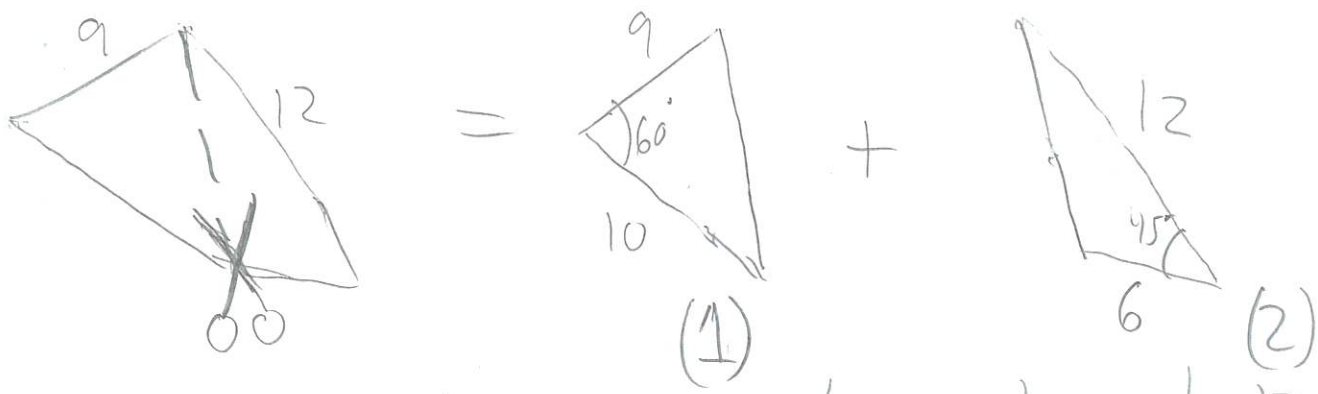
5. Figuren visar en fyrhörning med sidor och vinklar angivna.



Bestäm fyrhörningens area. (0/3/0)

Svara exakt!

Dela in fyrhörningen i två trianglar:



Arean av vardera av dessa kan bestämmas med areasatsen:

$$A_1 = \frac{9 \cdot 10 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \left[\begin{matrix}\text{FB:} \\ \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{matrix}\right] = \frac{45\sqrt{3}}{2}$$

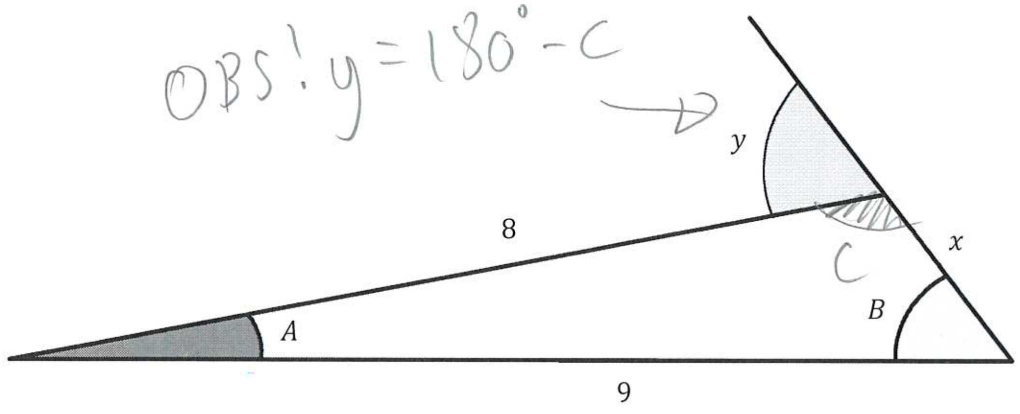
$$A_2 = \frac{12 \cdot 6 \cdot \sin 45^\circ}{2} = \left[\begin{matrix}\text{FB:} \\ \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}\end{matrix}\right] = \frac{36}{\sqrt{2}}$$

Total area: $A_1 + A_2 = \frac{45\sqrt{3}}{2} + \frac{36}{\sqrt{2}} = \frac{45\sqrt{3} + 36\sqrt{2}}{2}$

Om man vill: Förläng med $\sqrt{2}$

6. Figuren visar en triangel med sidorna 8 och 9 samt en av triangelns yttervinklar, y

OBS! $y = 180° - C$



För vinklarna A och B gäller att:

$\sin(A) \approx 0{,}2$

$\sin(B) \approx 0{,}8$

a) Bestäm med dessa värden ett värde på sidan x (0/1/0)

Triangelns area ⇒ Areasatsen kring A ⇒ $\frac{8 \cdot 9 \cdot \sin A}{2}$

Areasatsen kring B ⇒ $\frac{9 \cdot x \cdot \sin B}{2}$

Samma area ⇒ $\frac{8 \cdot \cancel{9} \cdot \sin A}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{9} \cdot x \cdot \sin B}{\cancel{2}} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 0{,}2}{0{,}8} = 2$

b) Bestäm med dessa värden ett uppskattat värde på sin (y) (0/1/1)

Börja med att bestämma sin för sista vinkeln, C:

Areasatsen kring vinkel C ⇒ $\frac{8 \cdot x \cdot \sin C}{2} = \begin{bmatrix} x = 2 \\ \text{sedan a)} \end{bmatrix} = 8 \cdot \sin C$

Arean enl. a) $\frac{8 \cdot 9 \cdot 0{,}2}{2} = 8 \cdot 0{,}9$

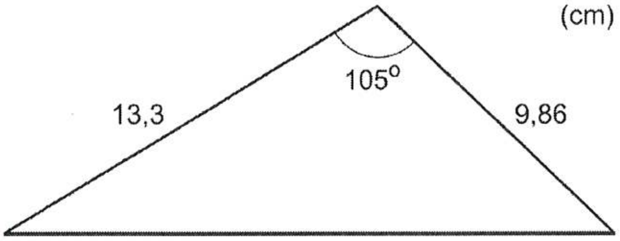
Samma area ⇒ $8 \cdot \sin C = 8 \cdot 0{,}9 \Rightarrow \sin C = 0{,}9$

$\sin(y) = \sin(180° - C) = \sin C$ enl. enhetscirkeln. ⇒ $\sin(y) \approx 0{,}9$

Del 2 – Med digitalt hjälpmedel

D1. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften. (2/0/0)

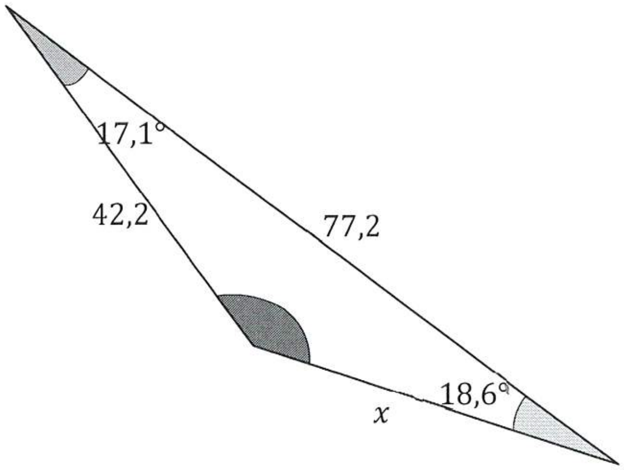
Beräkna triangelns area.



Areasatsen kring vinkeln 105° $\Rightarrow$ Arean $= \dfrac{13,3 \cdot 9,86 \cdot \sin 105°}{2} =$

$= \left[\text{Geogebra:}\right] \approx 63,3$ ae

D2. Nedan visas en triangel med några vinklar och mått angivna.



Bestäm sidan x. (2/1/0)

Arean kan fås via areasatsen kring 17,1° $\Rightarrow$ Arean $= \dfrac{42,2 \cdot 77,2 \cdot \sin(17,1°)}{2}$

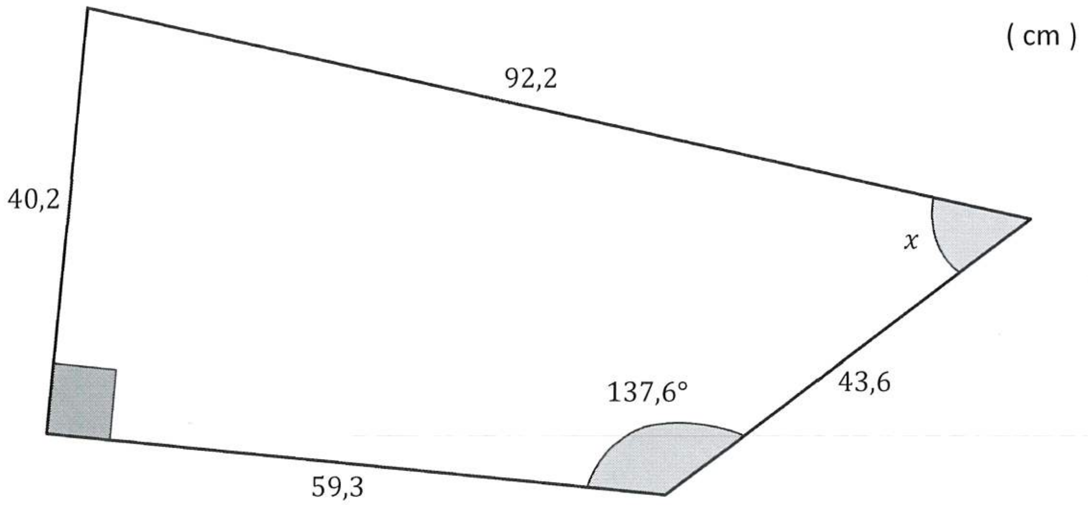
$= \left[\text{Geogebra}\right] \approx 478,97$ ae

Samma area kan tecknas kring 18,6° $\Rightarrow$ $\dfrac{77,2 \cdot x \cdot \sin 18,6}{2}$

Lös $\Rightarrow$

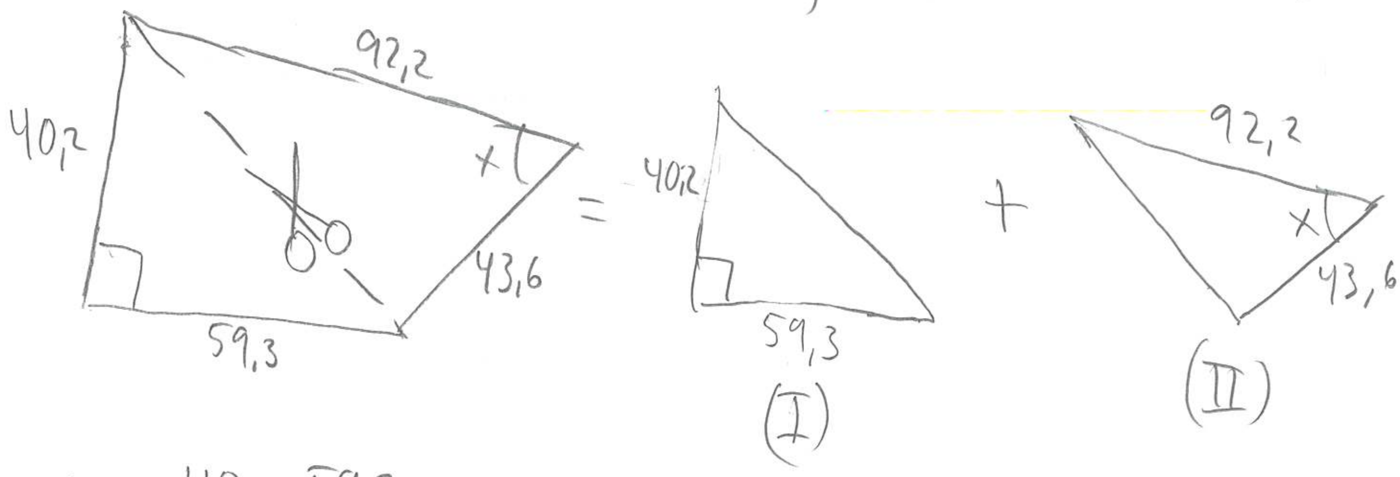
$x \approx 38,9$

D3. Figuren nedan visar en fyrhörning vars area är 2710 cm^2



Bestäm vinkel x (1/2/0)

Dela in i två trianglar:



$$A_1 = \frac{40,2 \cdot 59,3}{2} \approx 1191,93$$

$$A_2 = \frac{92,2 \cdot 43,6 \cdot \sin(x)}{2} \approx 2009,96 \cdot \sin(x)$$

$$\text{Total area} = A_1 + A_2 = 1191,93 + 2009,96 \cdot \sin(x) = 2710$$

Lös $\Rightarrow$ $x \approx 49,05°$