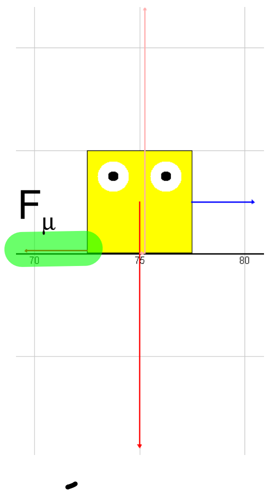
Krafter och energiberäkningar vid lutande plan

Teori och fyra exempel

Repetition:

Friktionskraft



Friktionskraften, F_μ, verkar alltid mot en rörelse eller mot krafter som försöker skapa en rörelse.

Friktionskraftens största värde fås genom:

$$\boxed{F_\mu = \mu \cdot F_N}$$

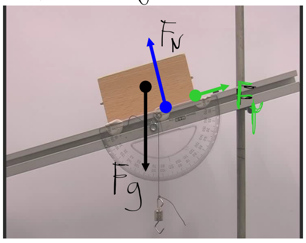
där μ är det s.k. friktionstalet - ett mått på hur trögt det är på det aktuella stället.

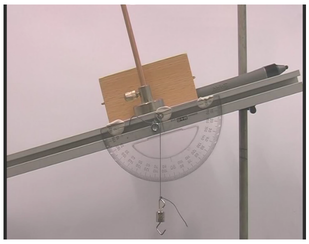
Friktionskraften "stjäl" energi, i form av ett s.k. friktionsarbete, W_μ:

$$\boxed{W_\mu = F_\mu \cdot s}$$

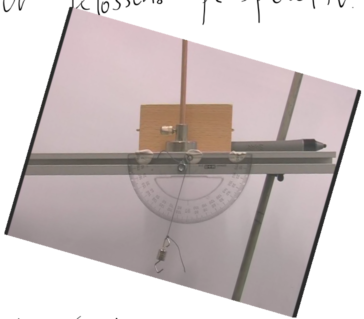
Krafter vid ett lutande plan

Om ett föremål ligger still på ett lutande plan gäller:

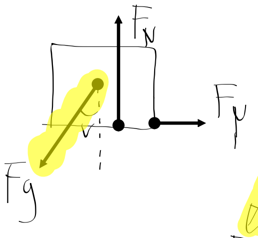




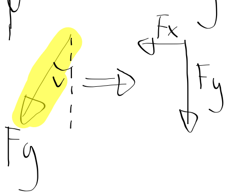
Situationen blir oftast lättare om man ser krafterna ur klossens perspektiv.

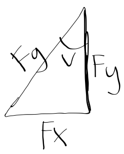


Då blir kraftsituationen:



Dela upp den sneda F_g:

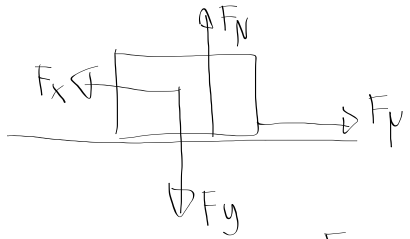




$F_y = F_g \cdot \cos(v)$

$F_x = F_g \cdot \sin(v)$

Kraftsituationen blir då:



Ligger klossen still gäller: $F_x = F_\mu$

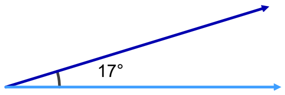
$F_N = F_y$

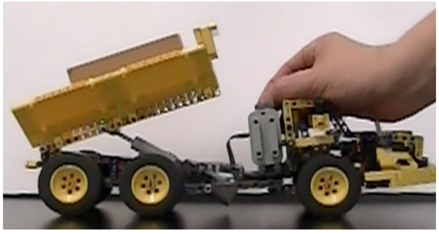
Ligger klossen INTE still gäller: $F_N = F_y$

$F_\mu = \mu \cdot F_N$

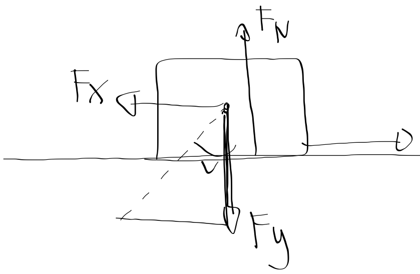
Exempel 1: En legolastbil tippar av sin last vid vinkeln 17°

Vad är friktionstalet mellan klossen och legolastbilen..?





Kraftsituationen då klossen börjar glida:



$F_\mu = \mu \cdot F_N$

$$F_\mu = F_x = F_g \cdot \sin(v)$$

$$F_\mu = \mu \cdot F_N = \left[F_N = F_y = F_g \cdot \cos(v)\right]$$

$$F_\mu = F_\mu$$

$$F_g \cdot \sin(v) = \mu \cdot F_g \cdot \cos(v)$$

[F_g kan förkortas!]

$$\sin(v) = \mu \cdot \cos(v)$$

$\left[\overline{\cos(v)}\right]$

$$\tan(v) = \frac{\sin(v)}{\cos(v)} = \mu$$

Alltså gäller:

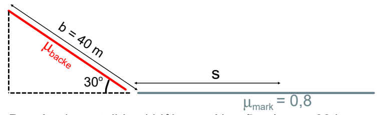
$$\mu = \tan(v)$$

där v är vinkeln då klossen börjar glida.

I detta fall: Börjar glida vid 17°

$$\Rightarrow \mu = \tan(17^\circ) \approx 0{,}31$$

Exempel 2: En backe ser ut som nedanstående figur



Den Appleanställde skidåkaren Aino (I-no), m = 60 kg, startar från stillastående på toppen av backen, åker ned och kommer en bit på marken nedanför innan hon stannar.

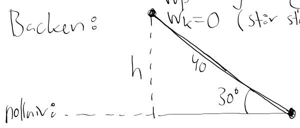
Hur lång sträcka, s, kommer hon om friktionstalet, μ_{backe} är

a) 0 (ingen friktion)
b) 0,4

a) Backen:

$W_p = m \cdot g \cdot h = \left[h = 40 \cdot \sin(30°) = 20m \right] = 60 \cdot 9{,}82 \cdot 20 = 11784 J$

$W_k = 0$ (står still)



Finns ingen friktion är totala energin nere i backen också 11784 J

$W_p = 0$
$W_k = 11784 J$

Inbromsningen: $W_k \rightarrow W_\mu$

$11784 = F_\mu \cdot s$ där s = bromssträckan

$11784 = \mu \cdot F_N \cdot s$ [Vid plant underlag $F_N = F_g = m \cdot g$]

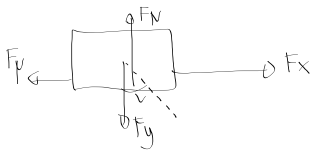
$11784 = \mu \cdot m \cdot g \cdot s$ Lös ut s!

$s = \frac{11784}{\mu \cdot m \cdot g} = \frac{11784}{0{,}8 \cdot 60 \cdot 9{,}82} = 25 m$

b) Inbromsningen beräknas på samma sätt, men energin i backen skiljer sig:

$W_p \rightarrow W_k + W_\mu$

Krafterna i backen:

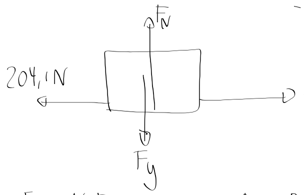


Friktionskraften har sitt största värde ⇒

$F_\mu = \mu \cdot F_N = \left[F_N = F_y = F_g \cdot \cos(30°) \right]$

$= \mu \cdot F_g \cdot \cos(30°) = \left[\begin{array}{l} \mu = 0{,}4 \\ F_g = m \cdot g = 60 \cdot 9{,}82 \end{array} \right]$

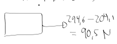
$= 204{,}1 N$



$F_x = F_g \cdot \sin(30°)$
$= 294{,}6 N$

⇒ Fres + N II:

Resulterande kraften i backen ⇒



⇒ Beräkna W_μ

$W_\mu = F_\mu \cdot b =$
$= 204{,}1 \cdot 40 = 8164 J$

W_μ "stjäl" 8164 J och kvar längst ned i backen blir:

$W_k = 11784 - 8164 = 3620 J$

Därefter blir det samma inbromsningstänk som i a)-uppg. men med 3620 istället för 11784...

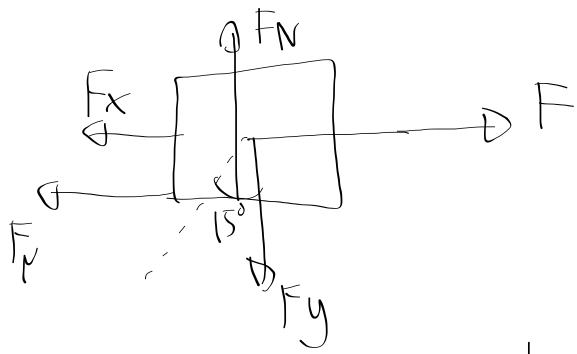
$s = \frac{3620}{60 \cdot 0{,}8 \cdot 9{,}82} = 7{,}7 m$

Exempel 3: En kloss puttas med konstant hastighet uppför en backe med lutningen 15°

Klossen väger 300 g.

Hur stort arbete krävs för att putta upp backen om backen är 120 cm lång och friktionstalet är $\mu = 0{,}4$?

Krafterna då klossen dras uppåt:



där F_μ har sitt största värde

dvs $F_\mu = \mu \cdot F_N$

där $F_N = F_y = F_g \cdot \cos(15°)$

$$F_x = F_g \cdot \sin(15°)$$

$$F = F_x + F_\mu = \begin{bmatrix} F_\mu = \mu \cdot F_g \cdot \cos(15°) = 1{,}14\ N \\ F_x = F_g \cdot \sin(15°) = 0{,}76\ N \end{bmatrix}$$

$$= 1{,}9\ N$$

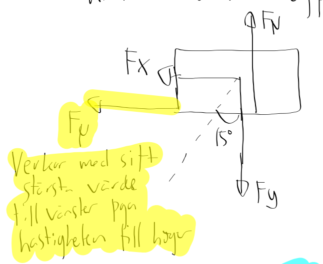
Arbetet ges av $W = F \cdot s =$

$$= 1{,}9 \cdot 1{,}2 = 2{,}3\ J$$

Exempel 4: En kloss har en hastighet av 5 m/s när den kommer till backen i föregående uppgift (lutningen 15°)

Hur långt kommer den längs backen innan den stannar om den har massan 300 g och friktionstalet är $\mu = 0{,}4$?

Krafterna under uppfärden:



$(\xrightarrow{v})$

$F_x = F_g \cdot \sin(15°) = 0{,}76\ N$

$F_y = F_g \cdot \cos(15°) = 2{,}85\ N$

$F_\mu = \mu \cdot F_N = [F_N = F_y = 2{,}85\ N] = 0{,}4 \cdot 2{,}85 = 1{,}14\ N$

Totala bromsande krafter under "uppresan"

$F_{broms} = F_x + F_\mu = 0{,}76 + 1{,}14 = 1{,}9\ N$

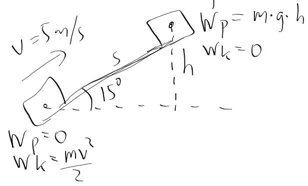
Energitänk ger sträckan:

$W_k \to W_{broms}$ (där $W_{broms} = F_{broms} \cdot s$)

$\frac{mv^2}{2} = 1{,}9 \cdot s$

$s = \frac{mv^2}{2 \cdot 1{,}9} = \begin{bmatrix} m = 0{,}3\ kg \\ v = 5\ m/s \end{bmatrix} = \frac{0{,}3 \cdot 5^2}{2 \cdot 1{,}9} = 1{,}97\ m$

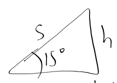
Alternativt kan energitänk användas från början:



$W_k \to W_p + W_\mu$

$\frac{mv^2}{2} = m \cdot g \cdot h + F_\mu \cdot s$

$\frac{mv^2}{2} = mg \cdot s \cdot \sin(15°) + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(15°) \cdot s$



$\sin(15°) = \frac{h}{s} \Rightarrow h = s \cdot \sin(15°)$

[Lös ut s!]

$\frac{mv^2}{2} = s(mg\sin(15°) + \mu mg\cos(15°))$

$s = \frac{mv^2}{2 \cdot (m \cdot g \cdot \sin(15°) + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(15°))}$

[m kan strykas] =

$= \frac{v^2}{2g(\sin(15°) + \mu\cos(15°))} =$

$= \begin{bmatrix} v = 5 \\ \mu = 0{,}4 \\ g = 9{,}82 \end{bmatrix} = \frac{5^2}{2 \cdot 9{,}82 \cdot (\sin(15°) + 0{,}4\cos(15°))}$

$= 1{,}97\ m$