

Namn: FACIT

Matematik 3c – Prov 1

Polynom, Polynomekvationer, Rationella uttryck, Absolutbelopp, Gränsvärden

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel – Endast svar

1. För vilka värden på x är uttrycket nedan inte definierat?

Nämnaren = 0

$$\frac{4x - 6}{x(x + 8)}$$

Svar: $x_1 = 0$ $x_2 = -8$ (1/0/0)

2. Lös ekvationerna

a) $|x - 4| = 2$

$x - 4 = 2 \rightarrow x = 6$
 $x - 4 = -2 \rightarrow x = 2$

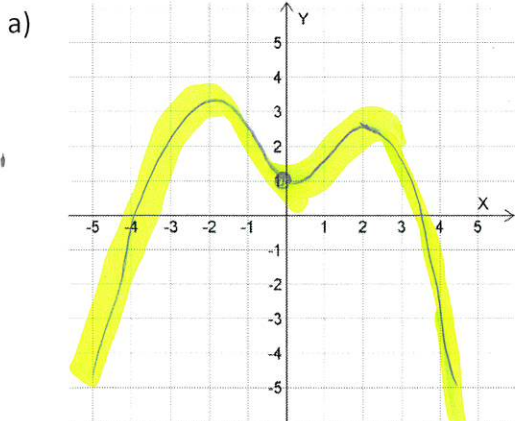
Svar: $x_1 = 6$ $x_2 = 2$ (1/0/0)

b) $(x + 2)(x^2 - 16) = 0$

$(x + 2)(x - 4)(x + 4) = 0$
 $x_1 = -2$ $x_2 = 4$ $x_3 = -4$

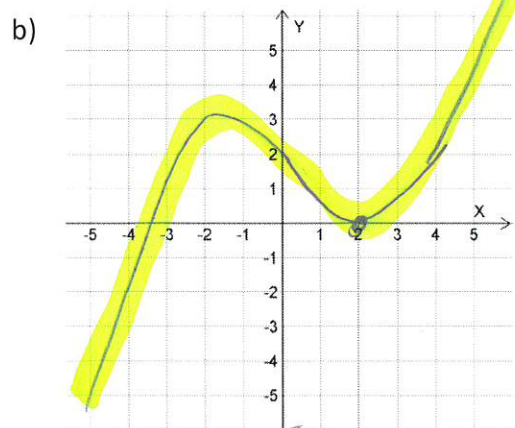
Svar: $x_1 = -2$ $x_2 = 4$ $x_3 = -4$ (1/0/0)

3. Rita i de tomma koordinatsystemen nedan grafen till en polynomfunktion som i bilden visar att den uppfyller villkoren som beskrivs nedanför respektive koordinatsystem.



Polynom av grad 4 med konstantterm 1 (2/0/0)

ex.
Skär y-axeln på $y = 1$
3 vändningar



Polynom av grad 3 där faktorn $(x - 2)^2$ ingår i faktorformen. (1/1/0)

2 vändningar
Vänder på x-axeln vid $x = 2$

4. Förenkla uttrycken nedan så långt som möjligt

a) $\frac{x^2 - 25}{2x + 10} = \frac{(x-5)(x+5)}{2(x+5)} = \frac{x-5}{2}$

Svar: $\frac{x-5}{2}$ (1/0/0)

b) $\frac{(2x+4)^4}{3(2+x)^3} = \left[\begin{array}{l} \text{Bryt ut 2} \\ \text{ur varje} \\ \text{faktor i} \\ \text{täljaren} \end{array} \right] =$

$\frac{2^4 \cdot (x+2)^4}{3(2+x)^3} = \frac{16(x+2)^4}{3}$

Svar: $\frac{16(x+2)^4}{3}$ (0/1/0)

c) $\frac{x^3 - 16x}{2x + 8} = \frac{x(x-4)(x+4)}{2(x+4)}$

Svar: $\frac{x(x-4)}{2}$ (0/1/0)

d) $\frac{9 + (3+x)^4 + 3x}{x+3} =$

$= \frac{9 + 3x + (3+x)^4}{x+3} =$

$= \left[\begin{array}{l} \text{Dela upp i} \\ \text{2 bråk} \end{array} \right] = \frac{9+3x}{x+3} + \frac{(3+x)^4}{x+3}$

Svar: $3 + (3+x)^3$ (0/0/1)

5. Utgå från funktionen $f(x) = \frac{6x - 18}{12x + 4}$

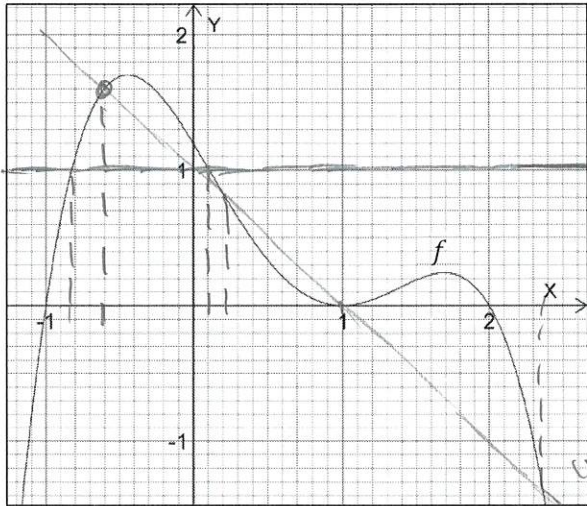
Bestäm värdet av gränsvärdet nedan

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - 18}{12x + 4}$
 Spelar ingen roll då $x \rightarrow \infty$

$= \frac{6x}{12x} = 0,5$

Svar: $0,5$ (0/1/0)

6. Figuren nedan visar grafen till funktionen f



a) Lös ekvationen $f(x) = 1$

← Rita linjen $y=1$

Svar: $x_1 \approx -0,82$ $x_2 \approx 0,1$ (0/1/0)

b) Lös ekvationen $1 - f(x) = x$

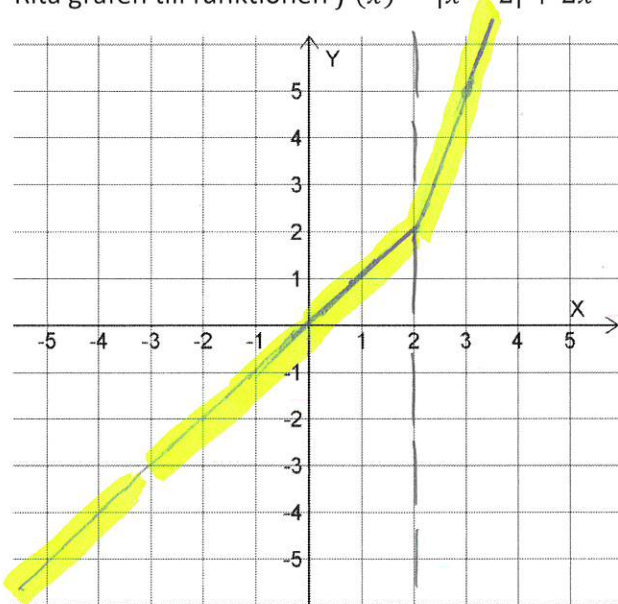
Skriv om så att $f(x)$ står själv på en sida.

Svar: $\sim -0,6$ $\sim 0,2$
 ~ 1 $\sim 2,35$ (0/0/1)

$f(x) = 1 - x$ ← Rita linjen $y = 1 - x$

7. Rita grafen till funktionen $f(x) = |x - 2| + 2x - 2$ i koordinatsystemet nedan

(0/0/2)



Ta reda på när innehållet av absolutbeloppet byter tecken
 $(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2$

Till höger om delta x :
 $x > 2$ | pos |

$$f(x) = +(x-2) + 2x - 2 = 3x - 4$$

Till vänster om delta x :
 $x < 2$ | neg |

$$f(x) = -(x-2) + 2x - 2 = -x + 2 + 2x - 2 = x$$

Del 2 – Utan digitalt hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs

8. Bestäm det värde på konstanten A som gör att uttrycket nedan får gränsvärdet 8 då x går mot 3

(2/0/0)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x}{5-x} + A \right) = 8$$

Stoppa in $x=3 \Rightarrow \frac{2 \cdot 3}{5-3} + A = 8$

$$\frac{6}{2} + A = 8$$

$$3 + A = 8$$

$$A = 5$$

9. Ge exempel på ett rationellt uttryck som uppfyller samtliga tre villkor nedan:

(1/1/1)

- Uttrycket är odefinierat för $x = 2$
- Uttrycket får värdet 0 då $x = 3$
- Uttrycket får värdet 8 då $x = 5$

odef. för $x=2 \Rightarrow \frac{T(x)}{(x-2)}$

värdet 0 då $x=3 \Rightarrow \frac{T(3)}{3-2} = 0 \quad T(3)=0$

värdet 8 då $x=5 \Rightarrow \frac{T(5)}{5-2} = 8 \quad T(5)=24$

Förslag på följare: $k=12 \quad (5, 24) \Rightarrow m = -36$

$$k = \frac{24 - 0}{5 - 3} = \frac{24}{2} = 12 \Rightarrow T(x) = 12x - 36 \Rightarrow \text{Svar: } \frac{12x - 36}{x - 2}$$

10. Förenkla uttrycket nedan så långt som möjligt

(0/1/1)

$$\frac{2x-4}{x+2} + \frac{16x}{x^2-4} \leftarrow \text{Faktorisera} \Rightarrow (x-2)(x+2)$$

$$\begin{aligned} \frac{2x-4}{x+2} + \frac{16x}{(x+2)(x-2)} &= \frac{(2x-4)(x-2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{16x}{(x+2)(x-2)} = \left[\begin{array}{l} \text{Skriv på} \\ \text{Samma} \\ \text{bråkstreck} \end{array} \right] \\ &= \frac{(2x-4)(x-2) + 16x}{(x+2)(x-2)} = \left[\begin{array}{l} \text{Utveckla} \\ \text{täljaren} \end{array} \right] = \frac{2x^2 - 8x + 8 + 16x}{(x+2)(x-2)} = \\ &= \frac{2x^2 + 8x + 8}{(x+2)(x-2)} = \left[\begin{array}{l} \text{Faktorisera} \\ \text{täljaren} \end{array} \right] = \frac{2(x+2)(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \\ &= \frac{2(x+2)}{x-2} \end{aligned}$$

11. Bestäm de värden på konstanten B som gör att uttrycket nedan blir möjligt att förkorta.

(0/1/2)

$$\frac{x^2 + Bx - 30}{x^2 + 8x - 20} \leftarrow \text{Faktorisera nämnaren mha pq:}$$

$$\begin{aligned} -4 \quad \sqrt{4 \cdot 4 + 20} &\Rightarrow x_1 = -10 \\ -4 \pm 6 & \quad \quad \quad x_2 = 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Nämnaren} = (x+10)(x-2)$$

Om det ska gå att förkorta ska någon av dessa faktorer finnas i täljaren:

Anta att täljaren består av $(x+10)(x-3)$

Den andra faktorn blir $(x-3)$ pga -30 i utv form.

Täljare: $(x+10)(x-3) \Rightarrow$ utv form: $x^2 - 7x - 30$

Täljare: $(x-2)(x+15) \Rightarrow$ utv form: $x^2 + 13x - 30$

\Rightarrow Två möjliga B -värden

$$B_1 = -7$$

$$B_2 = 13$$