

Namn: _____

Matematik 3c – Prov 2

Sekant och ändringskvot, Tangent och derivata, Derivatans definition, Talet e och ln

Del 1a – Utan digitalt hjälpmedel – Endast svar

1. Derivera

a) $f(x) = 3x^4 - 5x + 6$

Svar: _____ (1/0/0)

b) $f(x) = \frac{5 + e^{4x}}{2}$

Svar: _____ (1/0/0)

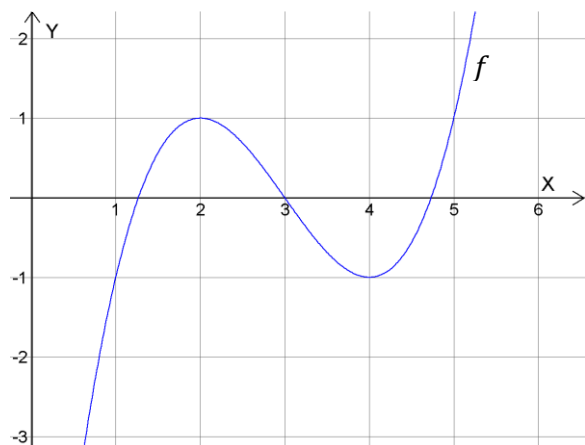
c) $f(x) = \frac{2}{x^3}$

Svar: _____ (0/1/0)

d) $f(x) = \frac{3x^2}{5\sqrt{x}}$

Svar: _____ (0/0/1)

2. Figuren nedan visar grafen till en tredjegradsfunktion, f



a) Bestäm $f(5)$

Svar: _____ (1/0/0)

b) Bestäm $f'(2)$

Svar: _____ (1/0/0)

c) Rita i figuren valfri *sekant* och märk den med **S**

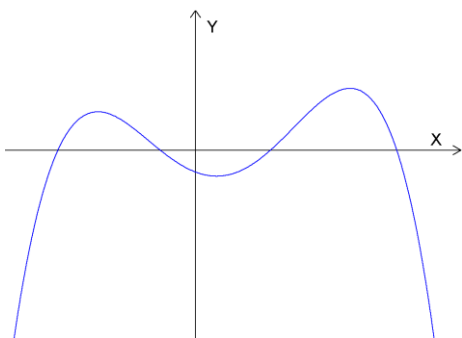
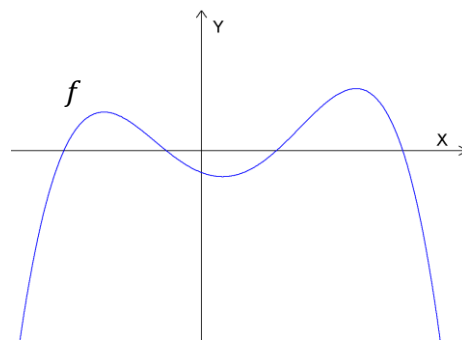
(1/0/0)

d) Rita i figuren valfri *tangent* och märk den med **T**

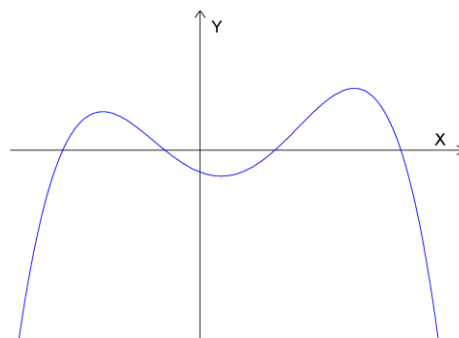
(1/0/0)

3. Figuren till höger visar grafen till en fjärdegradsfunktion, f

Markera på bilderna nedan de punkter på funktionens graf som uppfyller villkoret nedanför grafen

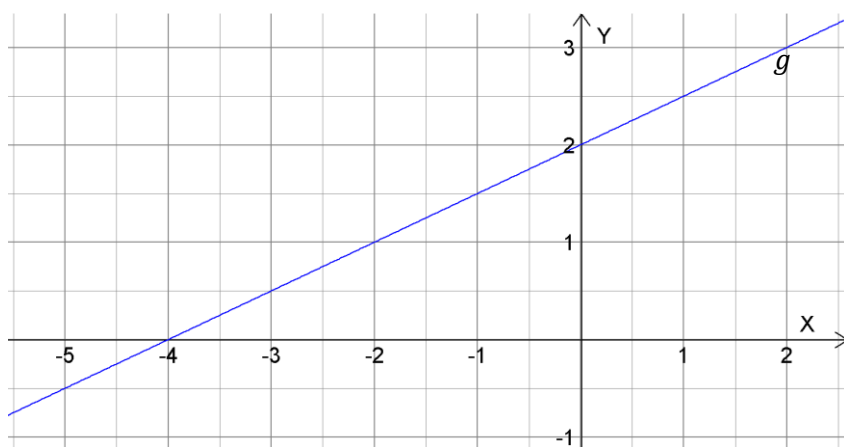


a) $f' = 0$ (1/0/0)



a) $f' > 0$ OCH $f < 0$ (0/1/0)

4. Figuren nedan visar grafen till den linjära funktionen g

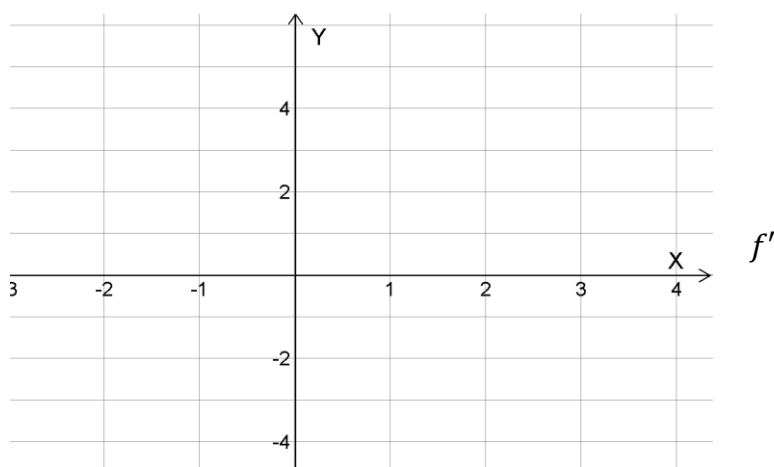
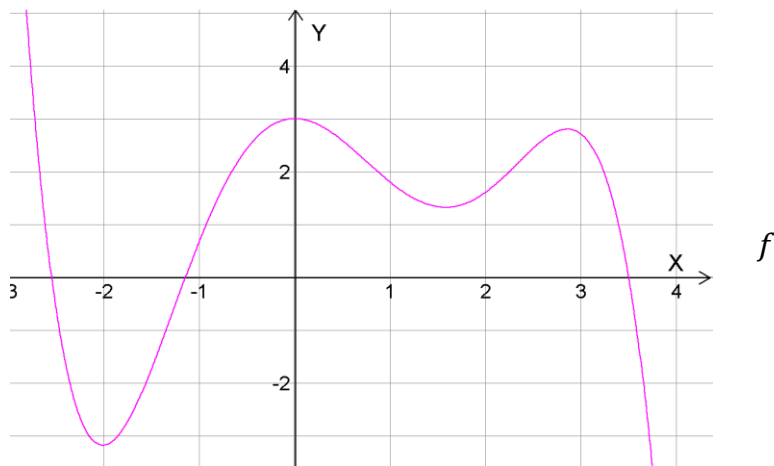


Lös ekvationen $g'(x) = g(x)$

Svar: _____ (0/1/0)

5. Den övre av figurerna visar grafen till en femtegradsfunktion, f

Skissa i det tomma koordinatsystemet nedanför grafen till derivatafunktionen, f' (0/1/1)



6. Derry önskar beräkna derivatan av funktionen f i en viss punkt. Hon använder sig av tänket med högerställd derivata och ställer upp det korrekta uttrycket nedan, i vilket A är en konstant.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2^{3+h} + (3+h)^2) - A}{h}$$

a) Bestäm värdet av konstanten A

Svar: _____ (0/0/1)

b) Bestäm derivatafunktionen $f'(x)$

Svar: _____ (0/0/1)

Del 1b – Utan digitalt hjälpmedel – Fullständiga uträkningar krävs

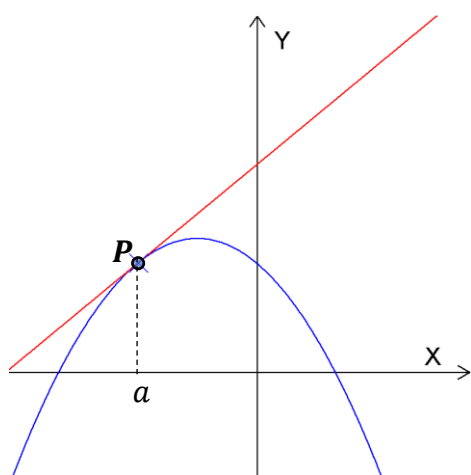
7. Bestäm ekvationen för en tangent till funktionen $f(x) = x^3 - 4x$ i punkten där $x = 1$

(2/1/0)

8. Figuren nedan visar grafen till funktionen $f(x) = -x^2 - 3x + 10$ samt en tangent till denna. Tangenten passerar punkten $(1,22)$ och tangerar funktionen i punkten **P**.

Bestäm värdet på tangeringspunktens x -koordinat, a (se figur)

(0/1/3)

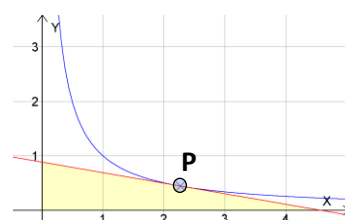
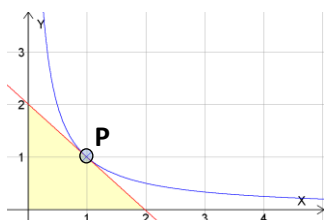
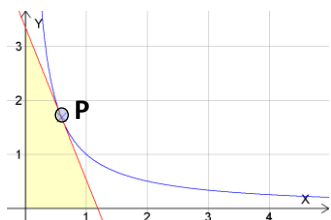
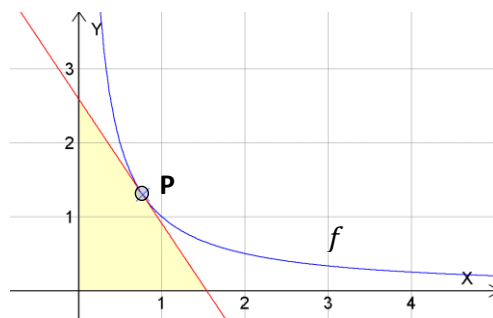


9. Figuren till höger visar grafen till funktionen $f(x) = \frac{1}{x}$

För de positiva x -värdena på grafen finns en punkt, **P**, där en tangent dragits.

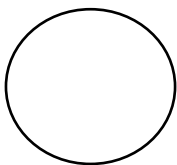
Tangenten bildar tillsammans med de båda koordinataxlarna en rätvinklig triangel.

Beroende på var **P** ligger kommer triangeln få olika utseenden. Se figur nedan.



Visa att triangelns area alltid blir 2 oavsett vilket x -värde punkten **P** har.

(0/1/3)



Exam ID: 86 16 78 71 2

Namn: _____

Matematik 3c – Prov 2

Sekant och ändringskvot, Tangent och derivata, Derivatans definition, Talet e och ln

Del 2 – MED digitalt hjälpmedel – Motivering krävs! Skriv svaren direkt på provpappret!

D1. Undersök **hur många** punkter på grafen till $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x$ som uppfyller...

a) $f(x) = 0$ (1/0/0)
Kortfattad motivering krävs!

b) $f'(x) = 0$ (1/0/0)
Kortfattad motivering krävs!

D2. Andragradsfunktionen f har sitt högsta värde där $x = -2$.

Är värdet på $f'(0)$ positivt, negativt eller noll?
Motivera ditt svar! (1/0/0)

D3. För vilket värde på x har de båda funktionerna $f(x) = 2x^2 + 4x$ och $g(x) = -2x^2 + 6x + 1$ samma lutning? (2/0/0)

D4. Värdet på en bostadsrätt väntas under några år beskrivas enligt modellen.

$$V(x) = 860000 \cdot e^{0,14x}$$

Där V är värdet på bostadsrätten i kronor och x är antal år efter **2003**

a) Vad är bostadens värde år 2005 enligt modellen? *Endast svar krävs!* (1/0/0)

b) Bestäm $V'(3)$ och tolka resultatet (2/0/0)

c) Hur många procent ökar bostadens värde med varje år enligt modellen?
Endast svar krävs! (0/1/0)

D5. Ange *valfri funktion*, f , som uppfyller de tre villkoren nedan:

$$f(2) = 10 \quad f'(x) < 0 \text{ för alla } x \quad f(x) > 0 \text{ för alla } x \quad (0/1/1)$$

D6. I ett hundrameterslopp i ett stort mästerskap registrerades tiderna nedan för den vinnande sprintern.

Tid (s)	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
Sträcka (m)	4,5	8,0	12,1	16,6	21,6	26,9	32,5

a) Bestäm den genomsnittliga hastigheten mellan sekund 1 och sekund 4 (2/0/0)

b) En modell anpassas med hjälp av tiderna ovan.

$$\text{Den blir } s(x) = 4,19 \cdot x^{1,39}$$

där s är den sprungna sträckan i meter efter x sekunder.

Vilken hastighet hade vinnaren vid målgången enligt modellen?

Svara med en decimal! (0/2/0)

c) Tolka betydelsen av lösningen till ekvationen $\frac{s(5) - s(2)}{5 - 2} = s'(x)$ (0/1/1)