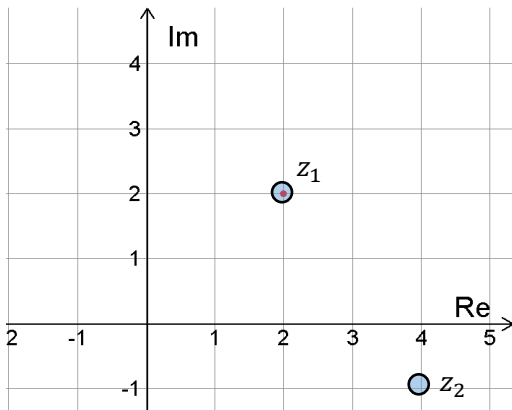


## 1.2 Polär form

### Del 1 – Utan digitala verktyg

1. Figuren visar ett komplext talplan där talen  $z_1$  och  $z_2$  är markerade.



a) Bestäm  $\arg(z_1)$  (1/0/0)

b) Bestäm  $|z_1|$  (1/0/0)

c) Bestäm  $|z_2|$  (1/0/0)

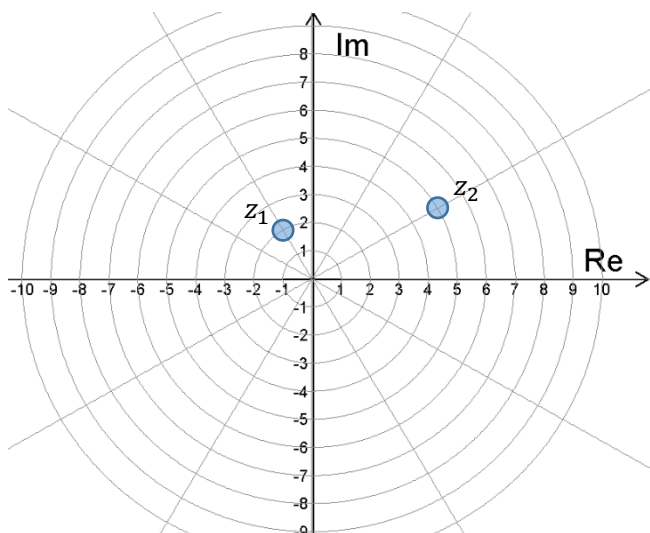
2. Låt  $z = (4, 30^\circ)$

a) Beräkna  $z^2$ . Svara på polär form! (1/0/0)

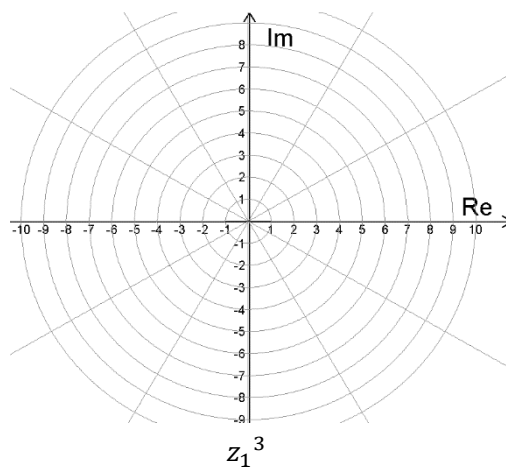
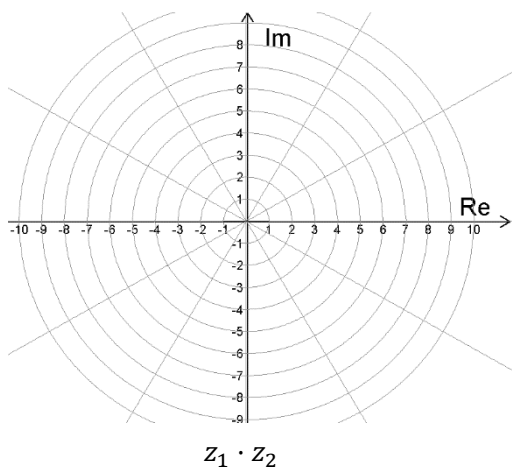
b) Bestäm  $\arg(z^4)$  (1/0/0)

c) Skriv  $z$  på rektangulär form. (2/0/0)  
Svara exakt hjälp av tabellen på ditt formelblad!

3. Nedan visas ett komplext talplan med heltalscirklar och vinkelsegment med  $30^\circ$  mellan I talplanet finns de två talen  $z_1$  och  $z_2$  markerade.



- a) Markera i talplanen nedan talen som står nedanför respektive talplan. (1/1/0)



- b) Skriv talet  $z_2$  på rektangulär form. (2/0/0)  
Svara exakt hjälp av tabellen på ditt formelblad!

4. Skriv på polär form

- a)  $z = i$  (1/0/0)

- b)  $z = -10$  (1/0/0)

5. Låt talet  $z_1 = (3, 20^\circ)$  och  $z_2 = (2, 40^\circ)$  och bestäm

a)  $|z_1 \cdot z_2|$  (1/0/0)

b)  $\arg(z_1 \cdot z_2)$  (1/0/0)

c)  $z_1 \cdot z_2^2$  (0/1/0)

d)  $\left| \frac{z_2}{z_1} \right|$  (1/0/0)

e)  $\arg\left(\frac{z_2^3}{z_1^2}\right)$  (0/1/0)

6. Bestäm nedanstående kvot. Svara exakt på *polär form*

$$\frac{3 - 3i}{2(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)} \quad (0/2/0)$$

7. Låt talen  $z_1 = (3, 20^\circ)$ ,  $z_2 = (2, 50^\circ)$  och  $z_3 = (6, 100^\circ)$ , och bestäm

a)  $\bar{z}_1 \cdot z_2^2$  (0/1/0)

b)  $z_3/z_2$  (1/0/0)

c)  $z_1/i$  (0/1/0)

d)  $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$  (2/0/0)

e)  $\frac{z_3}{i^2}$  (1/1/0)

8. Låt talen  $z_1 = (3, 40^\circ)$ ,  $z_2 = (2, 60^\circ)$  och  $z_3 = (6, 70^\circ)$ , och bestäm

a)  $\arg(\bar{z}_1)$  (0/1/0)

b)  $\arg(\bar{z}_3 \cdot z_2)$  (0/1/0)

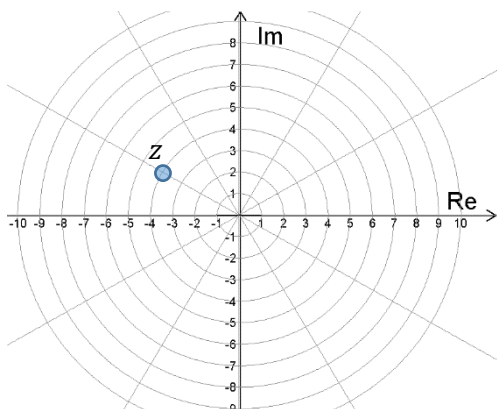
9. Talplanet nedan visar talet  $z$  inskrivet i ett komplext talplan med heltalscirklar och vinkelsegment med  $30^\circ$ .

Bestäm

$$z^2 \cdot i.$$

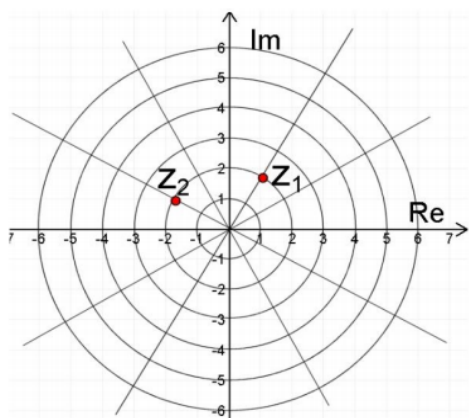
Svara i *polär form*.

(2/1/0)

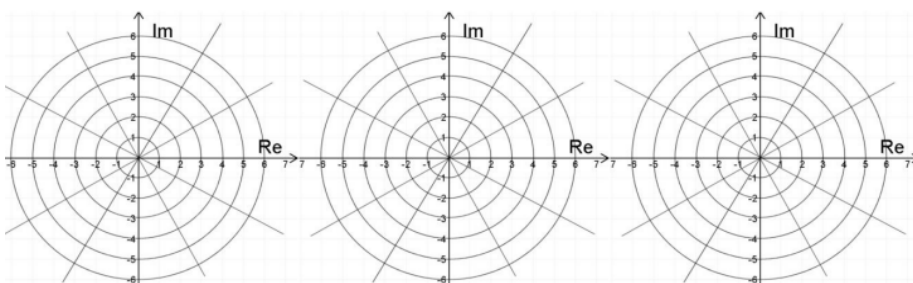


10. Figuren nedan visar två tal,  $z_1$  och  $z_2$ , markerade i ett komplext talplan med ett antal mittpunktscirklar med heltalsradier och strålar utgående från origo. Mellan varje stråle är det vinkeln  $30^\circ$ .

(2/1/0)



Markera i figurerna nedan talen



a)  $z_1 \cdot z_2$

b)  $z_1 \cdot i$

c)  $\frac{z_1}{z_2}$

11. Lös uppgiften nedan

(0/3/0)

Beräkna  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^5$   
Svara exakt på formen  $a + bi$

genom att följa dessa tre deluppgifter

Utgå från att  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ .

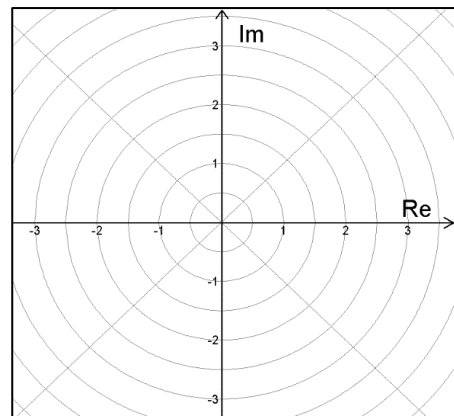
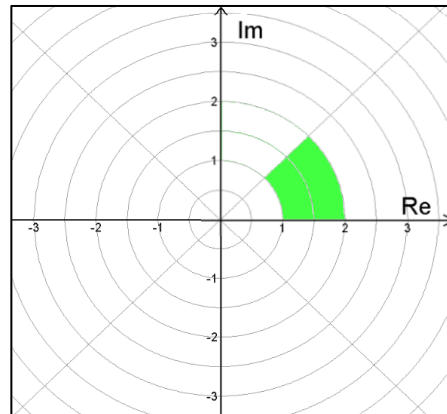
- 1) Använd tabellen i ditt formelblad för att skriva om  $z$  på *polär form*.
- 2) Beräkna med hjälp av svaret i a)  $z^5$  på *polär form*
- 3) Använd tabellen på nytt för att omvandla svaret i b) till formen  $a + bi$

12. Lös uppgiften nedan

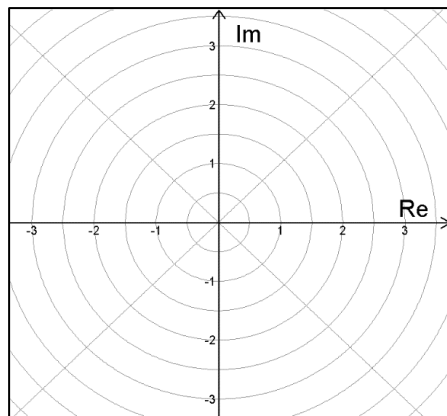
(0/3/0)

Beräkna  $\left(3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)\right)^3$   
Svara exakt på formen  $a + bi$

13. Till höger visas ett komplext talplan med ett markerat område.  
 Detta område utgörs av ett antal komplexa tal, tillsammans kallade  $z$ .



a)  $-\bar{z}$  (0/1/0)



b)  $\frac{i}{z}$  (0/1/1)

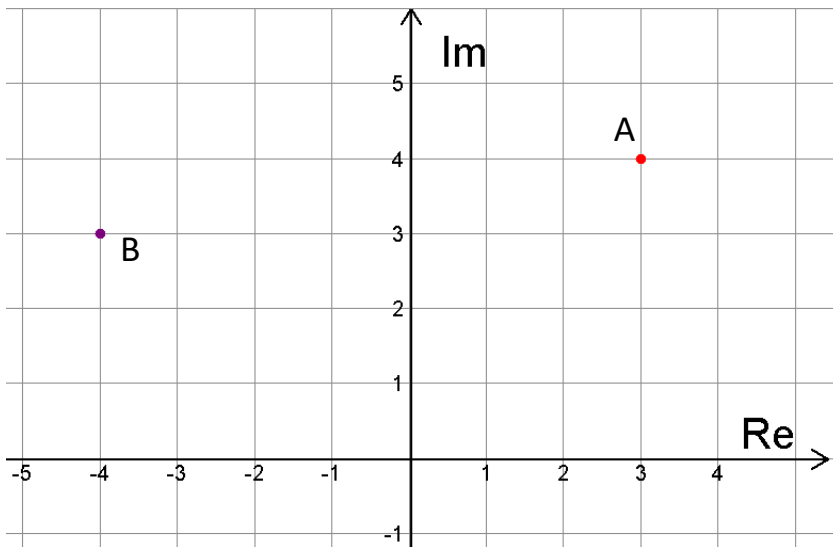
14. Ekvationen  $z^4 = 16 \cdot (\cos(120^\circ) + i \cdot \sin(120^\circ))$  har fyra lösningar.  
 Försök hitta alla dessa fyra. Svara på polär form

(0/2/1)

## Del 2 – Med digitala verktyg

- D1. Bilden visar ett komplext talplan med två tal, **A** och **B** markerade. Skriv de båda talen i polär form

(2/0/0)



- D2 Bestäm

a)  $\arg(2 + i)$ .

(1/0/0)

b)  $|4 - 2i|$ .

(1/0/0)

- D3. Omvandla talen från polär form till  $a + bi$ .

Svara med två decimaler.

a)  $z_1 = (3, 50^\circ)$

(1/0/0)

b)  $z_2 = (8, 45^\circ)$

(1/0/0)



D4. För talen  $z_1, z_2$  och  $z_3$  gäller att:

$$z_1 = 21 - 13i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = 5 - 6i$$

$$\arg(z_1 \cdot z_3^2) = 90^\circ$$

a) Bestäm  $z_2$  på *polär form*.

(2/0/0)

b) Bestäm  $\arg z_3$

(1/1/0)

D5. Ge ett exempel på ett komplext tal,  $z$ , skrivet på **rektangulär form**, som uppfyller de båda villkoren:

(1/1/0)

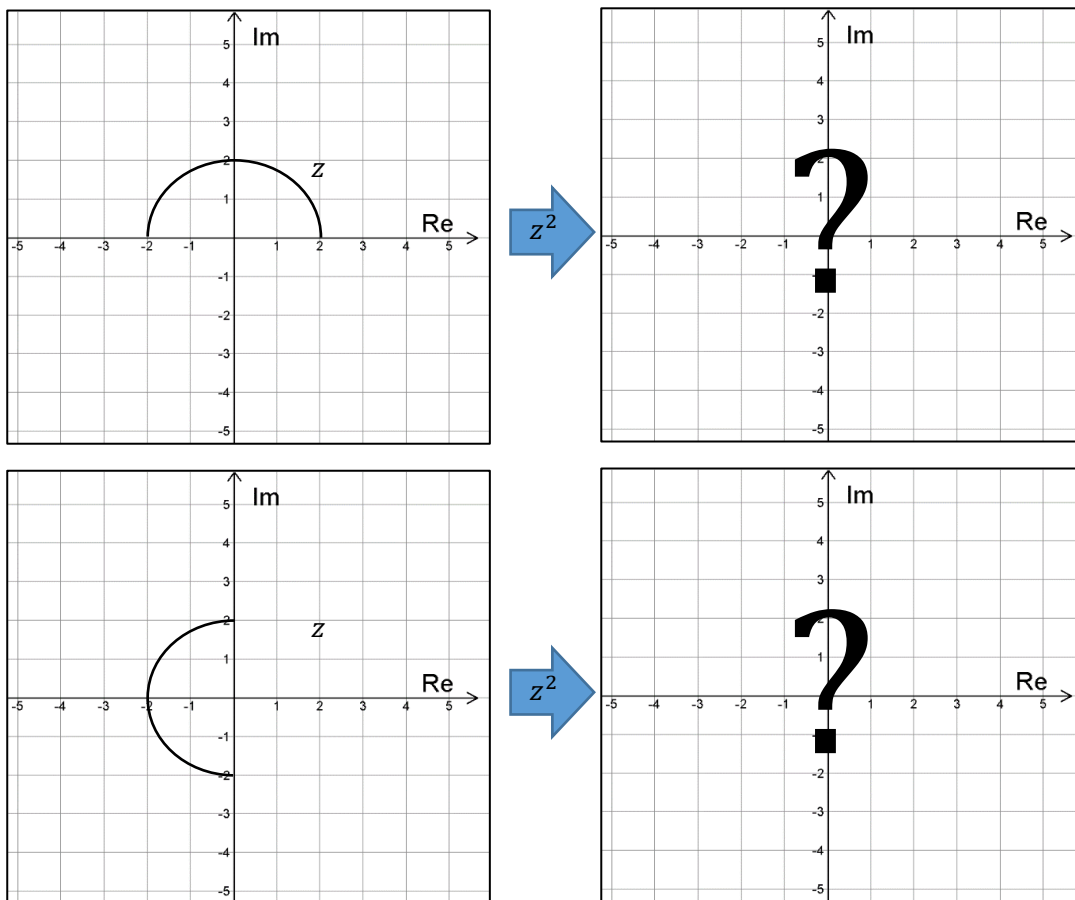
$$\arg z = 190^\circ \text{ och samtidigt att } 2 < |z| < 3$$

*Svara med två decimaler!*

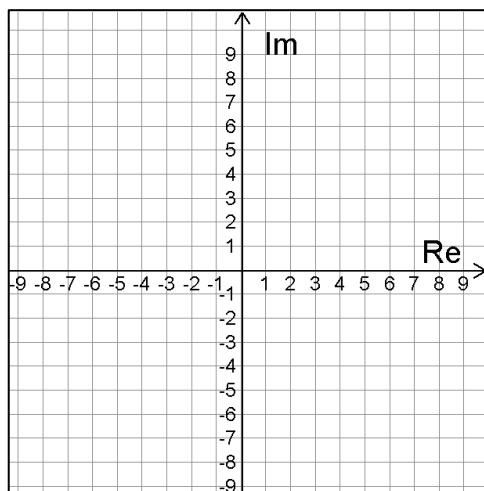
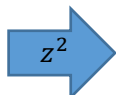
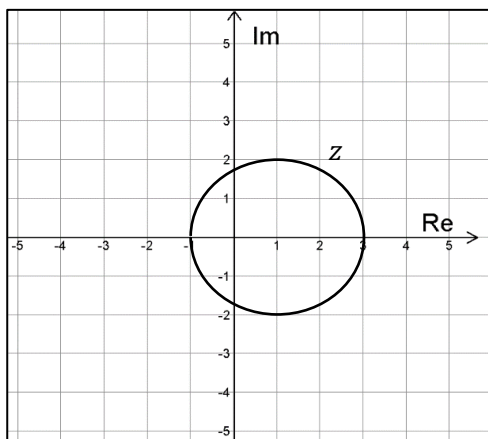
D6. Utgå från punkter som är placerade längs en halvcirkel med radien 2 i det komplexa talplanet.

Visa att det alltid blir samma resultat efter att alla punkter i halvcirkeln *kvadreras* oavsett vilken halvcirkel punkterna är placerade kring. *Se exempel nedan*

(0/3/0)



- D7. Utgå från alla punkter  $z$  som är placerade kring en cirkel med radie 2 med medelpunkt i  $z = 1$ . Bestäm hur dessa punkter ser ut efter en *kvadrering* (0/0/2)



- D8. Utgå från alla punkter  $z$  som bildar bokstaven N i det vänstra komplexa talplanet. Bestäm hur dessa punkter ser ut efter beräkningen  $1/z$  (0/0/2)

