1.3 de Moivres formel

Del 1 – Utan digitala verktyg

1. Utgå från det komplexa talet $z = (2{,}150°)$

a) Bestäm $arg(z^3)$ (1/0/0)

b) Bestäm $|z^5|$ (1/0/0)

c) Bestäm z^3 på rektangulär form. (1/1/0)

2. Låt $z = \cos(30°) + i \cdot \sin(30°)$

a) Bestäm z^5 på *polär form* (2/0/0)

b) Bestäm z^5 på *formen* $a + bi$ (1/1/0)

3. Hitta ***en*** lösning till ekvationen $z^3 = (27, 60°)$ (2/0/0)

4. Lös ekvationen $z^4 = (16, 160°)$ genom att utgå från tänk: (2/1/0)

I) Skriv z som ett allmänt komplext tal på polär form.

II) Utför upphöjningen med hjälp av de Moivres formel

III) Jämför avstånd och vinkel mellan höger och vänsterleden,
och ställ upp en ekvation för respektive.

IV) Lös de båda ekvationerna i c) för att hitta ekvationens första lösning.

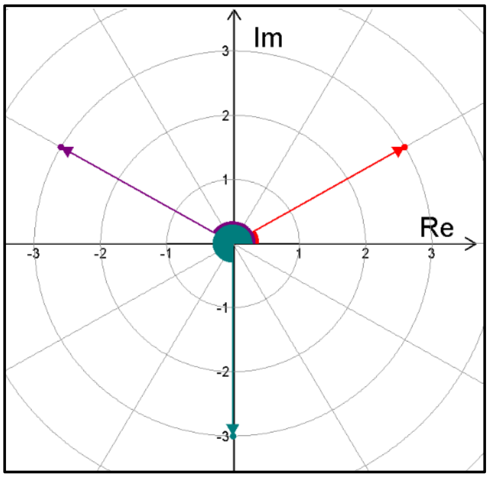
V) Beräkna vinkeln mellan två lösningar, α, genom att ta $\alpha = 360°/exponenten$

VI) Ställ upp alla 4 lösningar genom att utgå från första lösningen och lägga till
ett α för varje lösning.

5. Hitta **alla** lösningar till ekvationen $z^4 = (81, 80°)$. (2/1/0)

6. Figuren nedan visar alla lösningar till ekvationen $z^n = w$

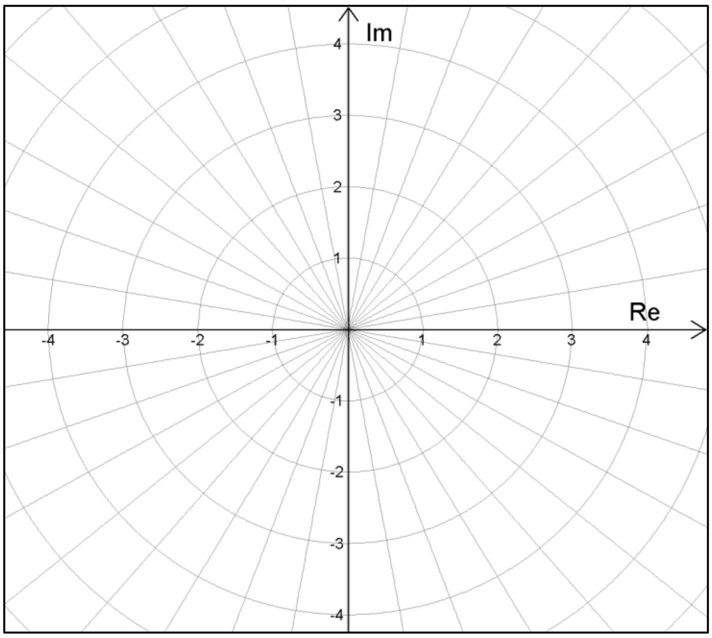
Använd figuren till att hitta talen n och w (1/1/0)



7. En lösning till ekvationen $z^6 = w$ är $z = 2{,}2 \cdot (\cos(36°) + i \cdot \sin(36°))$
Ange en valfri annan lösning till ekvationen. (0/1/0)

8. Bestäm z^4 om $z = -1 + i$ (1/2/0)

9. Markera lösningarna till ekvationen $z^3 + 27i = 0$ i det komplexa talplanet nedan. (1/2/0)



10. Lös uppgiften nedan (0/2/0)

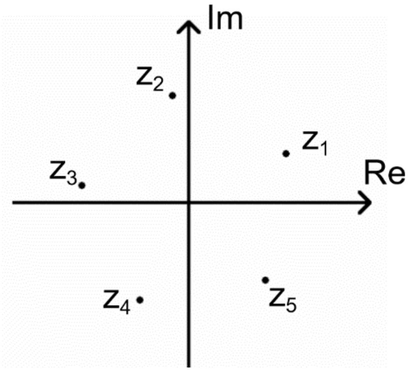
Figuren visar lösningarna till ekvationen

$z^n = w$

där

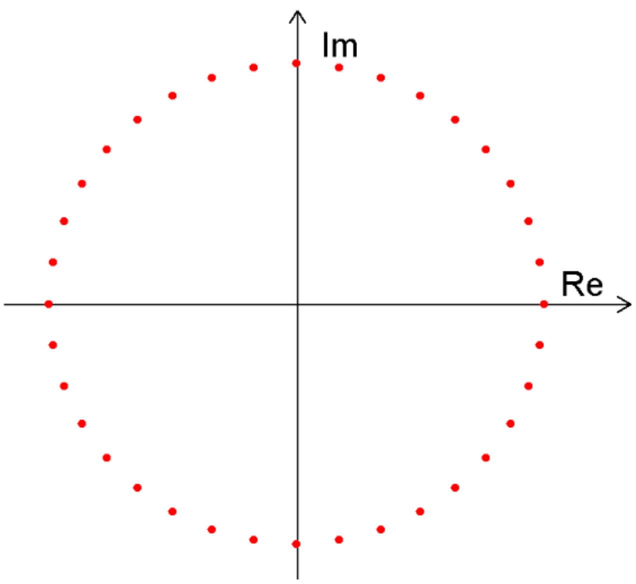
$z_2 = 3 \cdot (\cos (100^\circ) + i \sin (100^\circ))$

Bestäm z_5 på polär form



11. Figuren nedan visar 36 punkter jämnt fördelade i en cirkel med radien $\sqrt[12]{20}$ i ett komplext talplan.

a) Bland punkterna finns samtliga lösningar till ekvationen
$z^6 = w$ där $arg(w) = 240°$
Markera dessa punkter. (0/2/0)



b) Bestäm talet w (0/1/0)

12. Bestäm de värden på n som uppfyller $Re\left(\sqrt{3}+i\right)^n = 0$ (0/0/2)

13. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Ekvationen $z^p = \mathrm{i}$ ska undersökas för olika värden på heltalet p.
För vissa värden på heltalet p är $z_1 = \cos 9° + \mathrm{i}\sin 9°$ en lösning till ekvationen $z^p = \mathrm{i}$

a) Visa att detta gäller för $p = 50$, det vill säga visa att z_1 är en lösning till $z^{50} = \mathrm{i}$ (0/2/0)

b) Bestäm alla heltalsvärden på p för vilka z_1 är en lösning till ekvationen $z^p = \mathrm{i}$ (0/0/2)

14. Lös ekvationen $z^5 + i \cdot z^5 = i$ (0/0/3)