FACIT

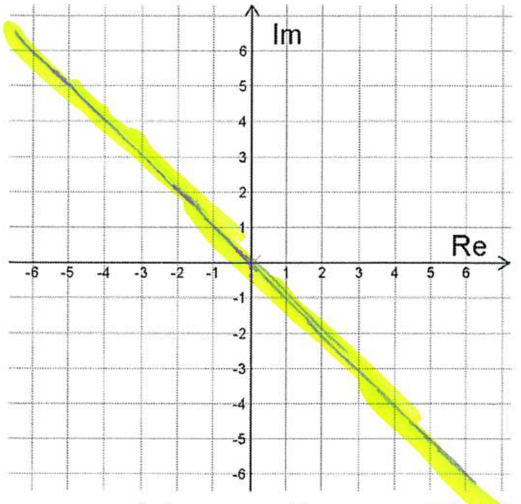
1.5 Områden i det komplexa talplanet

Tänk $Im\ z = y$

$Re\ z = x$

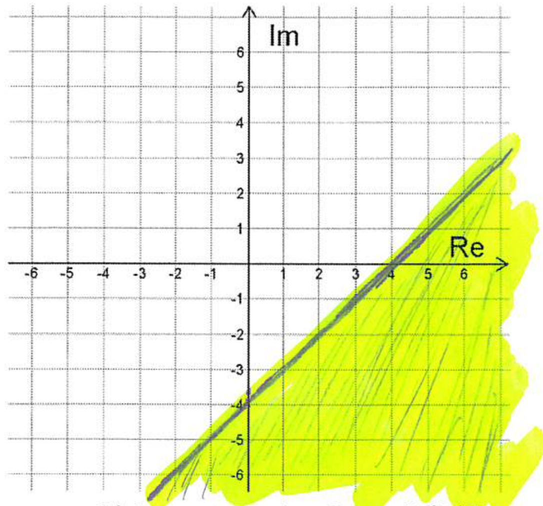
Del 1 – Utan digitala verktyg

1. Markera i de komplexa talplanen nedan alla de tal, z, som beskrivs av sambanden nedanför.



a) $Im\ z = -Re\ z$ (1/0/0)

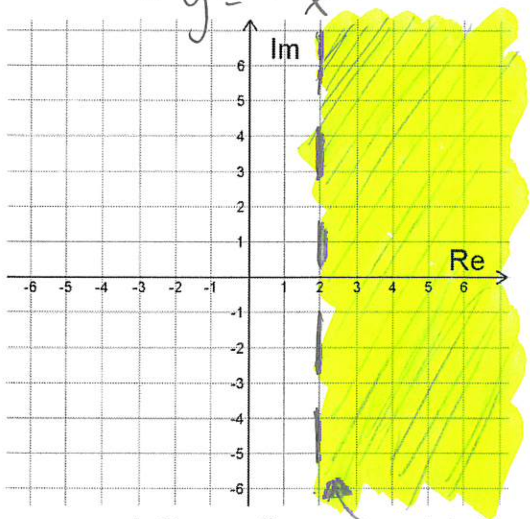
"$y = -x$"



b) $Im\ z \leq = -4 + Re\ z$ (2/0/0)

"$y \leq -4 + x$"

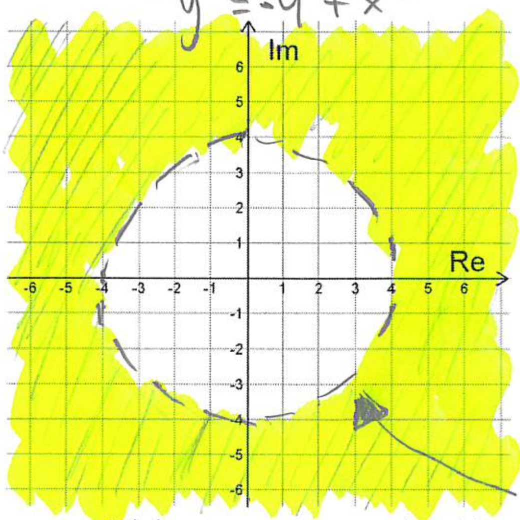
$\leq$ "Allt nedanför linjen"



c) $Re\ z > 2$ (1/0/0)

"$x > 2$"

OBS! streckad!

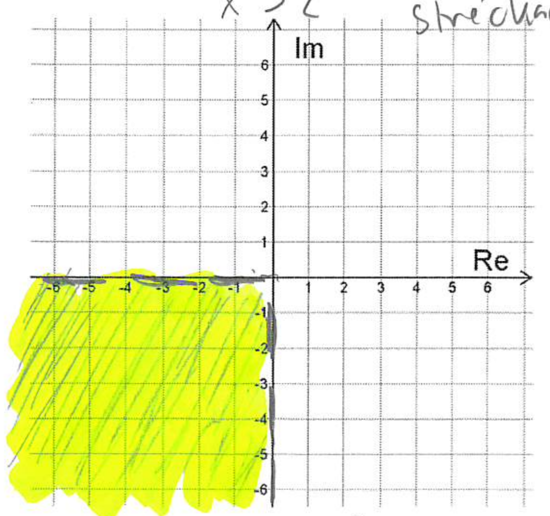


d) $|z| > 4$ (2/0/0)

"Avstånd > 4"

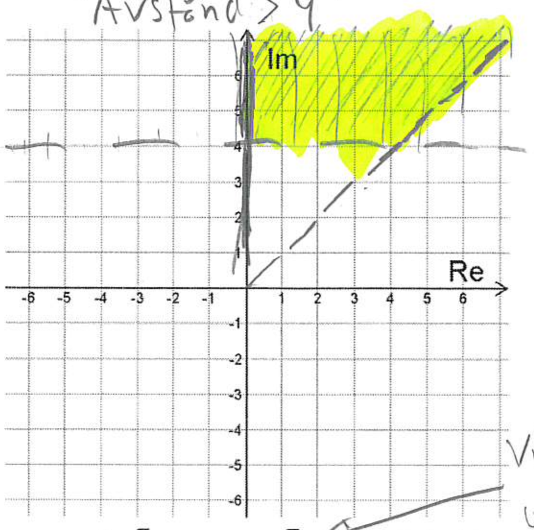
$>$ Allt utanför cirkeln.

OBS! Streckad



e) $\pi < \arg z < \frac{3\pi}{2}$ (1/0/0)

"Alla tal mellan vinklarna 180° och 270°"



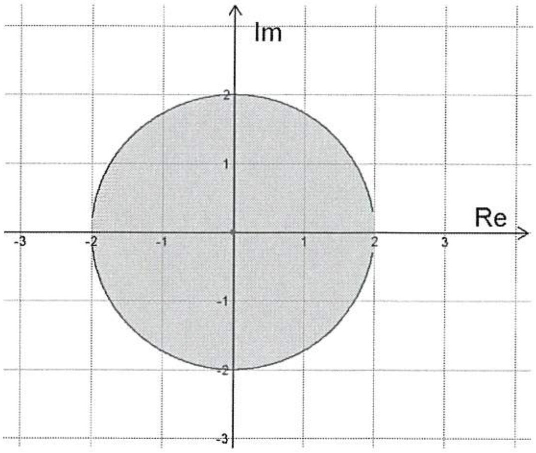
f) $\frac{\pi}{4} < \arg z \leq \frac{\pi}{2}$ (1/1/0)

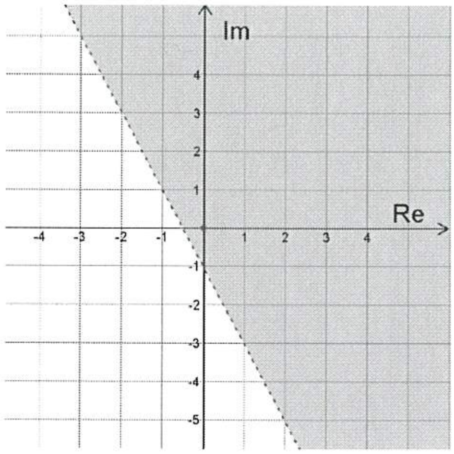
$Im\ z > 4$ samtidigt

vinklar mellan 45° och 90°

$y > 4$

2. I de komplexa talplanen nedan visas de tal, z (= de färgade talen), som tillsammans utgör ett område.
Uttryck områdena med en ekvation/olikhet.





a) (2/0/0)

"Allt innanför en cirkel med radie 2"

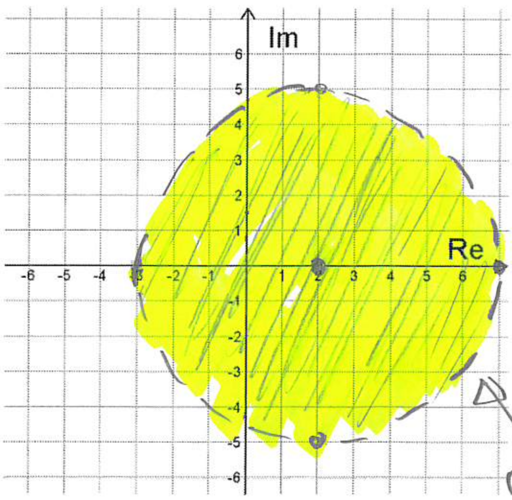
$|z| \leq 2$

b) (0/1/0)

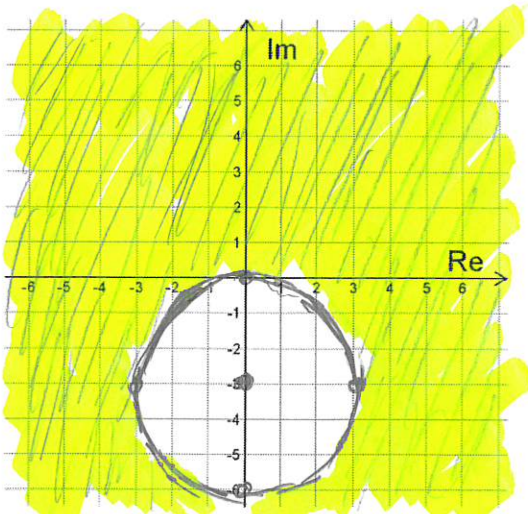
"Allt ovanför linjen $y = -2x - 1$"

$\text{Im } z > -2 \cdot \text{Re } z - 1$

3. Markera i de komplexa talplanen nedan alla de tal som beskrivs av sambanden nedanför.



OBS! Streckad



a) $|z - 2| < 5$ (1/1/0)

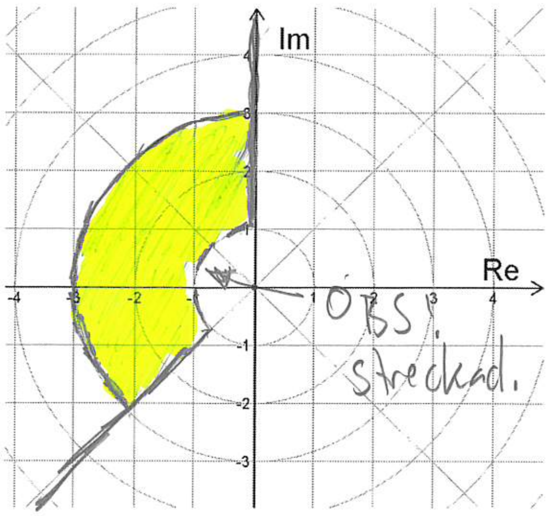
"Innanför en cirkel med mittpunkt i $z=2$ med radie 5"

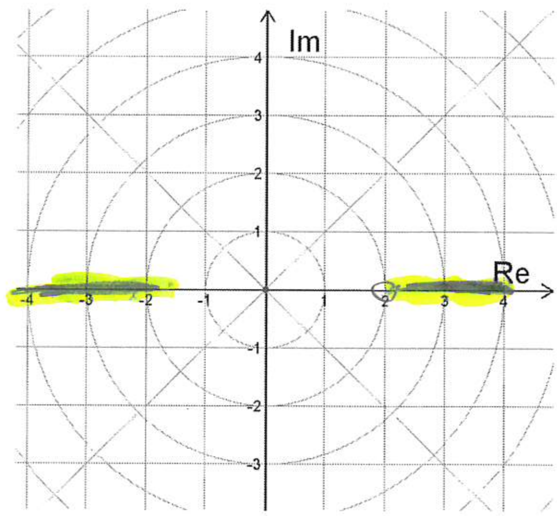
b) $|z + 3i| \geq 3$ (1/1/0)

OBS! $|z+3i| = |z-(-3i)|$

"Utanför en cirkel med mittpunkt i $z=-3i$ med radie 3"

4. Markera i det komplexa talplanen nedan alla de tal, z, som samtidigt uppfyller **båda** villkoren nedanför





a) $1 < |z| \leq 3$

$\frac{\pi}{2} \leq \arg(z) \leq \frac{5\pi}{4}$ (1/1/0)

90°

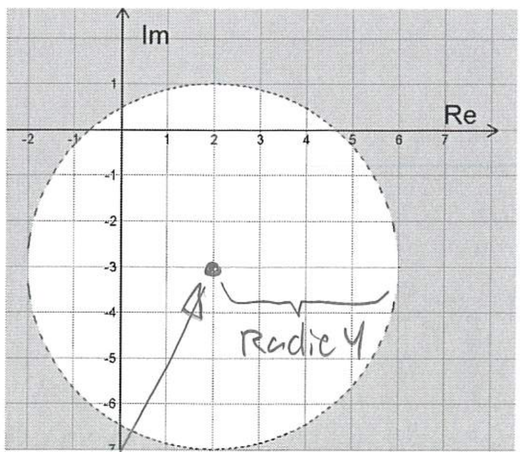
225°

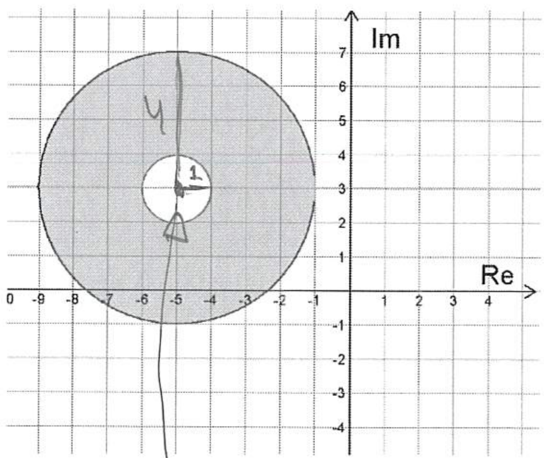
b) $2 < |z| \leq 4$

$\arg(z) = \arg(\bar{z})$ (1/1/0)

Alla punkter där $\arg z = \arg \bar{z}$ ligger på Re-axeln.

5. I de komplexa talplanen nedan visas de tal, z (= de färgade talen), som tillsammans utgör ett område. Uttryck områdena med en ekvation/olikhet.





a) (0/2/0)

Mittpunkt: $(2-3i)$

$|z-(2-3i)| > 4$

el.

$|z-2+3i| > 4$

b) (0/2/0)

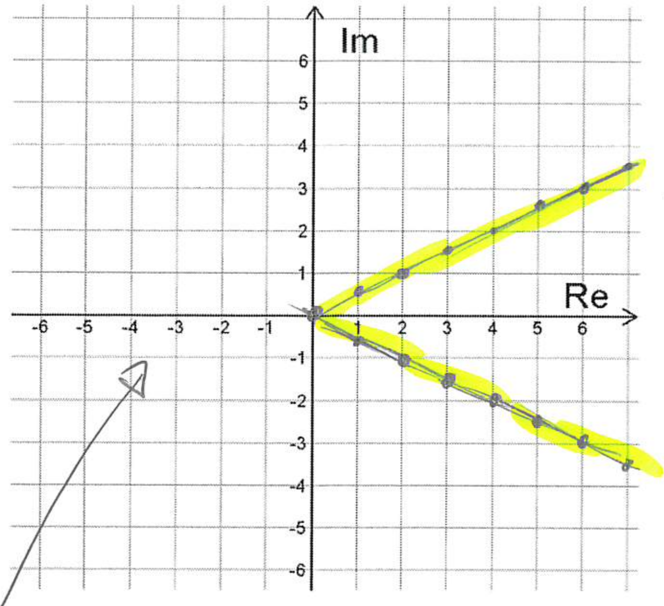
Mittpunkt: $(-5+3i)$

$1 \leq |z-(-5+3i)| \leq 4$

el.

$1 \leq |z+5-3i| \leq 4$

6. Markera i de komplexa talplanen nedan de tal, z, som uppfyller



a) $|z-\bar{z}| = Re\, z$ (0/0/2)

OBS! Inga punkter på minussidan av Re-axeln.

Algebraiskt: $|x+yi-(x+yi)| = x$

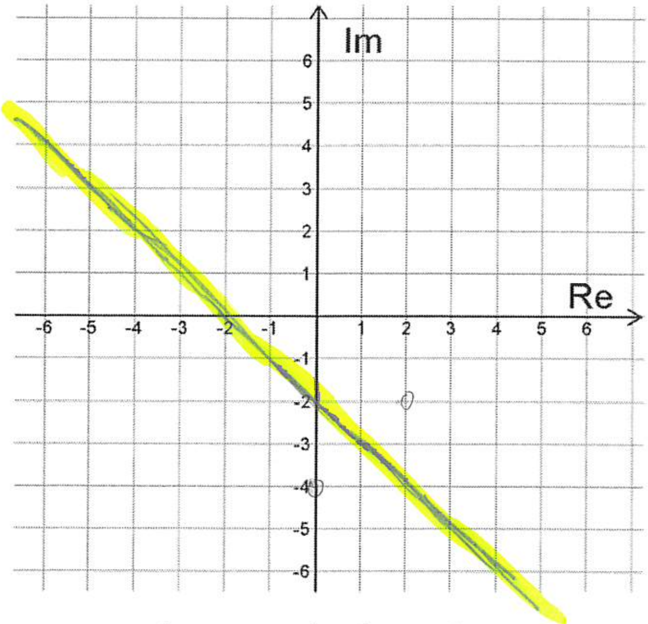
$|2yi| = x \Rightarrow \sqrt{0^2+(2y)^2} = x$

$\sqrt{4y^2} = x \Rightarrow 4y^2 = x^2 \Rightarrow$

$y = \pm \frac{x}{2} \quad (x \geq 0)$

Resonemang:

"Alla punkter vars avstånd till sitt konjugat är detsamma som realdelen"



b) $|z-2+2i| = |z+4i|$ (0/0/2)

Algebraiskt:

$|x+yi-2+2i| = |x+yi+4i|$

$\sqrt{(x-2)^2+(y+2)^2} = \sqrt{x^2+(y+4)^2}$

$(x-2)^2+(y+2)^2 = x^2+(y+4)^2$

$x^2-4x+4+y^2+4y+4 = x^2+y^2+8y+16$

$-4x+8 = 4y+16$

$4y = -4x-8 \Rightarrow y = -1x-2$

Resonemang:

"Alla punkter vars avstånd till $(2-2i)$ är detsamma som avståndet till $(-4i)$"