

Matematik 4 – Repetitionsprov, komplexa tal

Del 1 – Utan digitala hjälpmedel. Endast svar krävs. Skriv svaren direkt på provpappret.

1. Ange ett valfritt komplext tal, z , på formen $z = a + bi$ som uppfyller,

a) $Re z = 4 \cdot Im z$

Svar: _____ (1/0/0)

b) $arg z = 135^\circ$

Svar: _____ (1/0/0)

c) $4 \leq |z| \leq 6$
 $Re z = 3$

Svar: _____ (0/1/0)

2. Omvandla mellan grader och radianer.

a) $\frac{\pi}{12}$

Svar: _____ (1/0/0)

b) 12°

Svar: _____ (1/0/0)

3. Utgå från de två talen $z_1 = (4, 20^\circ)$ och $z_2 = (2, 30^\circ)$

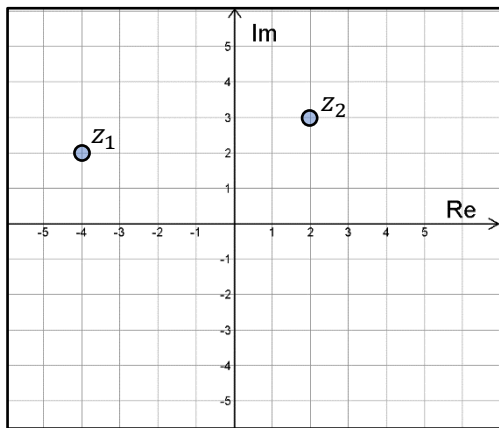
a) Bestäm $|z_1^2|$

Svar: _____ (1/0/0)

a) Bestäm $arg\left(\frac{z_2^2}{z_1}\right)$

Svar: _____ (1/0/0)

4. I figuren nedan visas ett komplext talplan med talen z_1 och z_2 markerade



a) Skriv z_1 på formen $a + bi$

Svar: _____ (1/0/0)

b) Beräkna $\bar{z}_2 + i$ och svara på formen $a + bi$

Svar: _____ (1/0/0)

c) Bestäm $|z_2|$. Svara exakt!

Svar: _____ (1/0/0)

5. Låt $z_1 = \left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ och $z_2 = \left(2, \frac{\pi}{9}\right)$ och bestäm på polär form med *argumentet i radianer*

a) $z_3 = z_1 \cdot z_2$

Svar: _____ (1/0/0)

b) $z_4 = z_1/z_2$

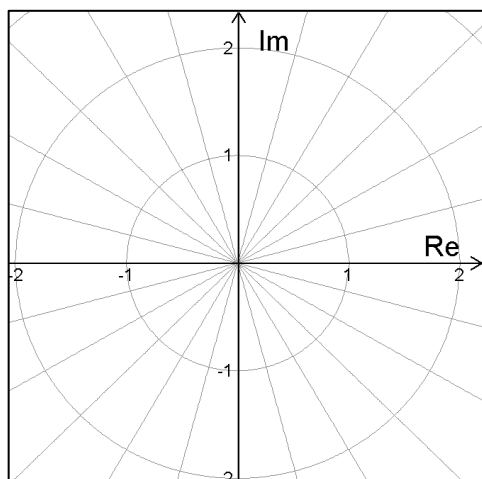
Svar: _____ (1/0/0)

c) En lösning till ekvationen $z^4 = z_2$

Svar: _____ (0/1/0)

6. Markera i figuren nedan lösningarna till ekvationen $z^2 = i$

(0/1/0)



7. Nedan visas två komplexa talplan.

Ett med rektangulära koordinater och ett med polära cirklar.

Markera i dessa komplexa talplan de komplexa talen $A - E$ nedan.

OBS! Varje tal behöver bara markeras i ett talplan!

(2/1/0)

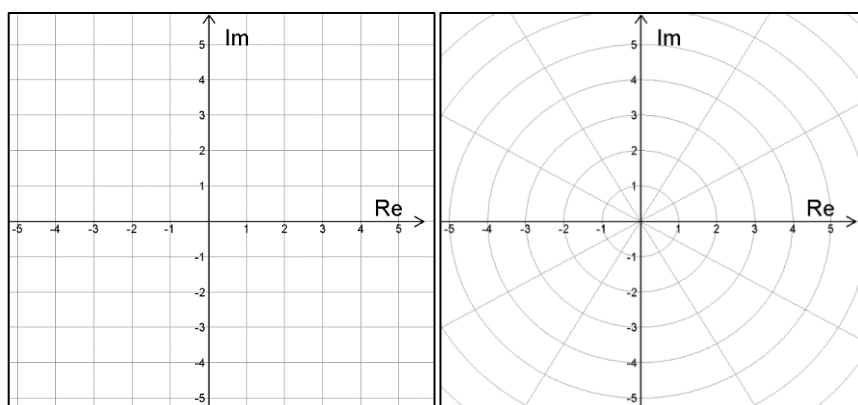
$$A = -3 - 2i$$

$$B = \bar{A}$$

$$C = (2, 150^\circ)$$

$$D = C \cdot i$$

$$E = \operatorname{Im} C$$



8. För den komplexa ekvationen $z^{10} = w$ gäller att en lösning är

$$z_1 = 3 \cos(45^\circ) + 3 \sin(45^\circ) \cdot i$$

a) Ange ytterligare en lösning till samma ekvation.

Svar: _____

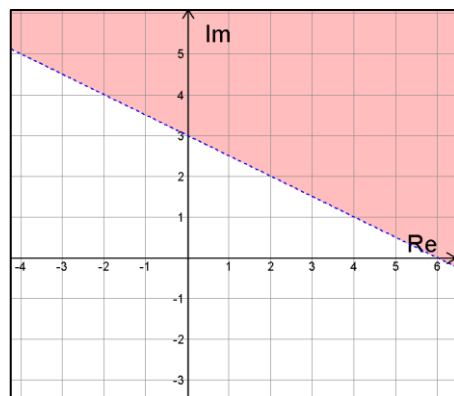
(0/1/0)

b) Bestäm talet w . Svara på formen $a + bi$

Svar: _____

(0/1/0)

9. I figuren till höger visas ett område i ett komplext talplan i form av rosa markering. Området består av de komplexa talen z . Skriv ett samband som beskriver talen i området

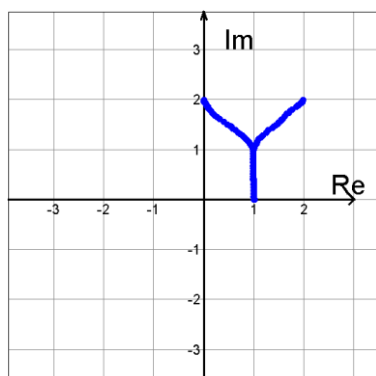


Svar: _____ (0/1/0)

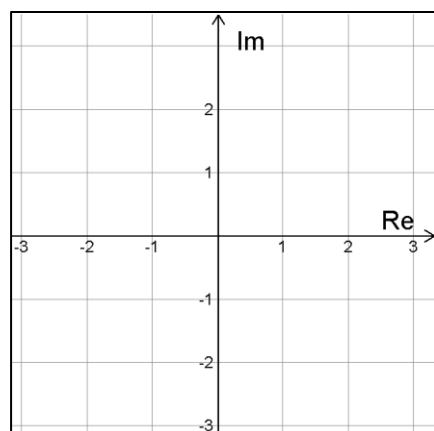
10. Bestäm värdet av $\sqrt{4i}$

Svar: _____ (0/0/1)

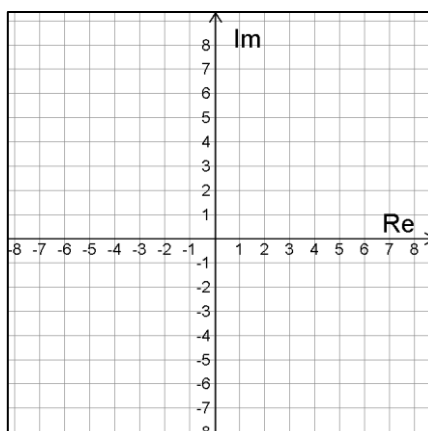
11. Figuren nedan visar ett antal punkter, z , som tillsammans beskriver bokstaven Y i det komplexa talplanet.



Rita i figurerna nedan hur motsvarande punkter kommer se ut efter att ha genomgått den beräkning som står nedanför figuren.

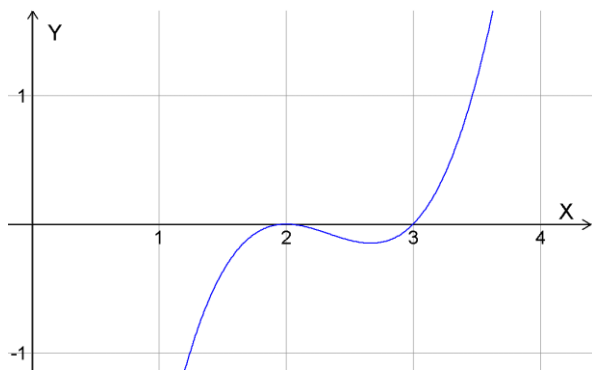


a) $i \cdot \bar{z}$ (0/1/0)



b) z^2 (0/1/1)

12. Figuren nedan visar grafen till tredjegradsfunktionen, $p(x) = x^3 - 7x^2 + 16x + a$



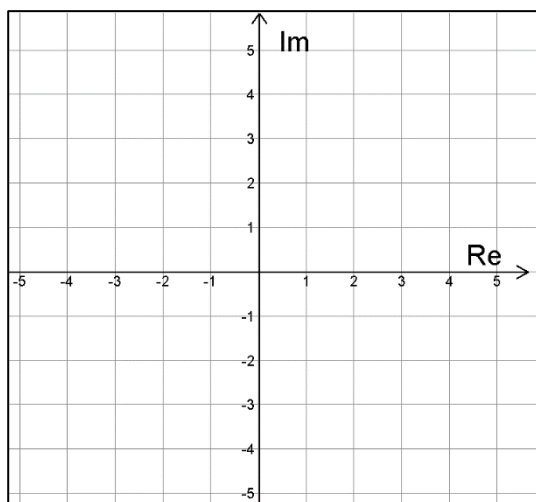
Bestäm resten vid divisionen $\frac{p(x)}{x+1}$

Svar: _____

(0/0/1)

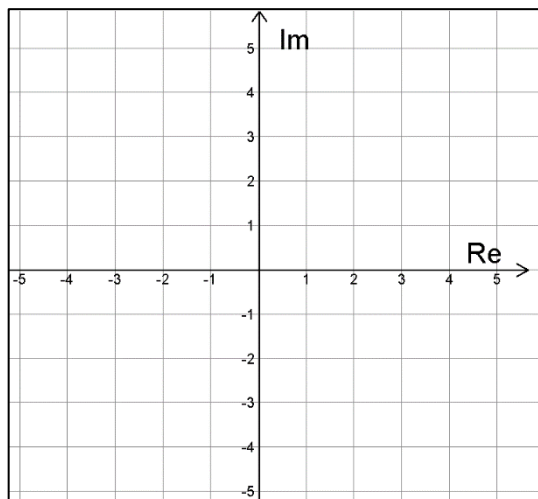
13. Markera i de komplexa talplanen områdena som beskrivs nedanför.

Endast svar krävs!



a) $|z - 2i| < 3$

(0/2/0)



b) $|z + 2i| = |z - 4|$

(0/0/2)

Del 2 – Utan digitala hjälpmedel. Fullständig redovisning krävs. Skriv svar på provpappret

14. Beräkna $\frac{9 + 2i}{2 + i}$ (2/0/0)

15. För de två talen z_1 och z_2 gäller:

$$z_1 \cdot z_2 = 8 + i$$

$$z_1 = 2 - i$$

Bestäm $Re z_2$

(2/0/0)

16. Mattias löser ekvationen

$$z^4 = 16i$$

och får de fem lösningarna

$$z_1 = (2, 22.5^\circ)$$

$$z_2 = (2, 112.5^\circ)$$

$$z_3 = (2, 202.5^\circ)$$

$$z_4 = (2, 292.5^\circ)$$

$$z_5 = (2, 382.5^\circ)$$

Mattias tycker det verkar konstigt då en fjärdegradsekvation endast påstås ge fyra lösningar. Förklara för Mattias vad som blivit fel.

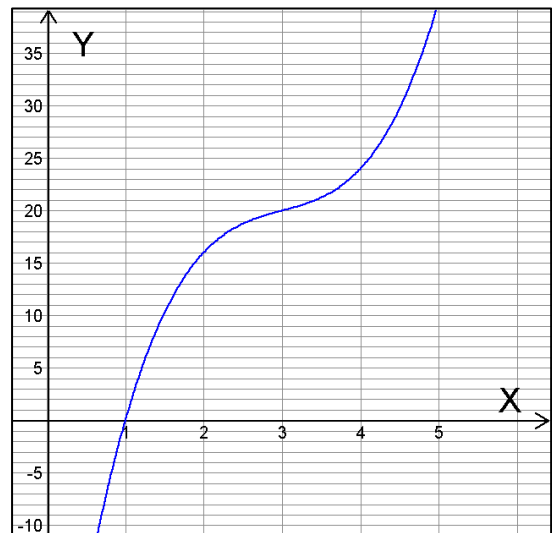
(2/0/0)

17. Grafen till höger visar funktionen

$$p(x) = x^3 - 9x^2 + 28x - 20$$

Lös ekvationen $p(x) = 0$

(2/2/0)



18. Bestäm kvoten och resten vid polynomdivisionen

(1/2/0)

$$\frac{2x^4 + x^3 - 5x}{x - 3}$$

19. För z gäller följande:

$$\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{3\pi}{2}$$

$$\operatorname{Im} z = -2$$

$$|z| = 5$$

Bestäm z på formen $a + bi$

(1/2/0)

20. Lös ekvationen $z^6 + 64i = 0$

(0/3/0)

21. Lös ekvationen $(i - 1) \cdot \bar{z} - (1 - 2i) \cdot z = 5 - 12i$

(0/3/0)

22. För talet z gäller $z = -\sqrt{3} + i$.
Beräkna z^5 . Svara exakt på formen $a + bi$

(0/2/1)

23. För tredjegradslikningen $p(z) = 0$ gäller att dess tre lösningar är
 $z_1 = 2$
 $z_2 = 3i$
 $z_3 = 4i$

samt att koefficienten framför z^3 -termen är 1.

Bestäm $p(i)$

(0/1/2)

24. För ekvationen $z^4 - 8z^3 + 26z^2 - 48z + 45 = 0$
gäller att en rot är $z_1 = 1 + 2i$

Bestäm övriga rötter.

(0/1/2)

Del 3 – Med digitala hjälpmedel. Redovisningar krävs om inget annat anges.

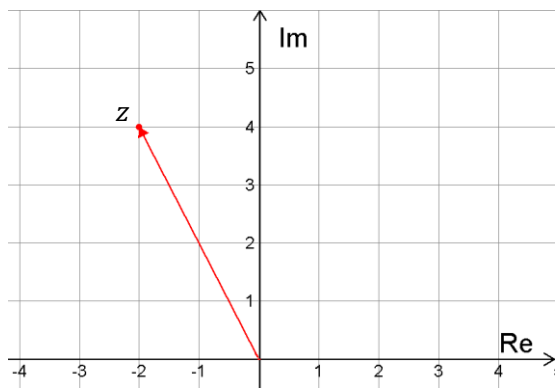
Skriv svaren direkt på provpappret.

D1. Hur många radianer är 0,5 grader?

(1/0/0)

Endast svar krävs!

D2. Figuren visar ett komplext talplan med talet z markerat.



Bestäm z på polär form med *argumentet i grader*.

(2/0/0)

D3. För talen z_1 , z_2 och z_3 gäller att:

$$z_1 = 21 - 13i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = 5 - 6i$$

$$\arg(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3) = 135^\circ$$

Bestäm $\arg z_3$

(2/1/0)

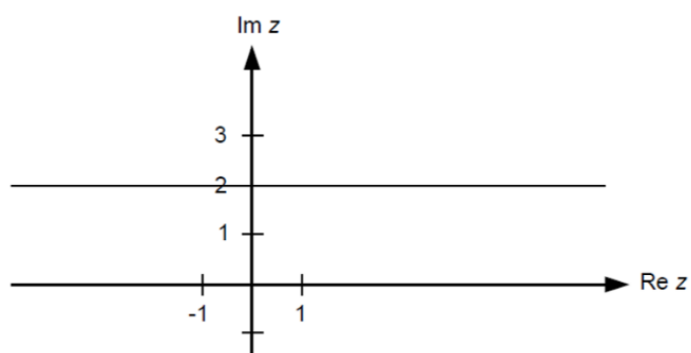
D4. Lös ekvationen $-2iz - \bar{z} = 4 + 11i$

(0/2/0)

D5. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

(0/2/1)

Talet z ligger på den linje som markerats i det komplexa talplanet nedan.
Vilka värden kan realdelen för z^2 anta?



D6. Lös ekvationen $z^5 - iz^5 = 2(\cos(30^\circ) + i \cdot \sin(30^\circ))$

(0/0/3)