

”Repetitionsprov” inför provet - grafer, absolutbelopp, asymptoter samt trigonometriska funktioner och ekvationer

**Del B – Utan miniräknare – Endast svar**

1. Bestäm de lodräta asymptoterna till funktionen  $f(x) = \frac{4x + 6}{x^2 - 9}$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. Bestäm största och minsta värdet av funktionen  $f(x) = 3 - 4 \sin(3x)$

Svar: Största = \_\_\_\_\_  
Minsta = \_\_\_\_\_ (1/0/0)

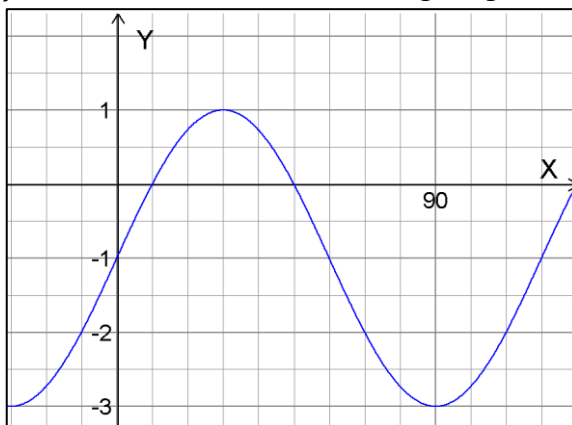
3. Bestäm minsta värdet av uttrycket  $|2x - 4| - 3$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. Bestäm alla lösningar till ekvationen  $\sin(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  i intervallet  $0^\circ < x < 270^\circ$

Svar: \_\_\_\_\_ (2/0/0)

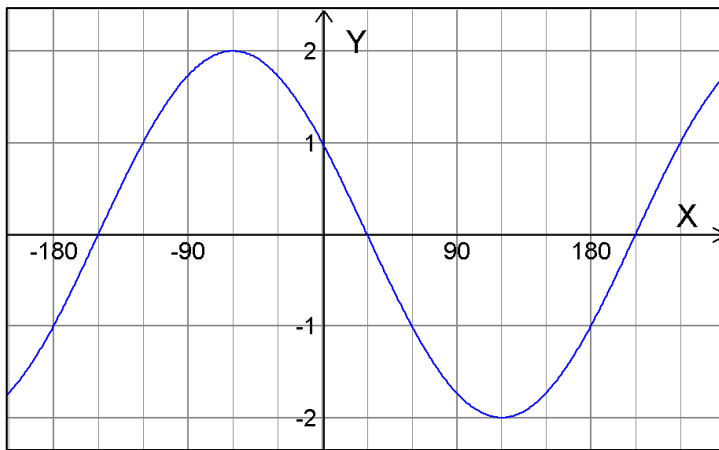
5. Nedan visas grafen till en trigonometrisk funktion som kan skrivas på formen  $f(x) = A \sin(kx) + B$ , där  $x$  anges i grader.



Bestäm värdet på konstanterna  $A$ ,  $k$  och  $B$ .

Svar:  $A =$  \_\_\_\_\_  
 $k =$  \_\_\_\_\_  
 $B =$  \_\_\_\_\_ (2/1/0)

6. Nedan visas grafen till en trigonometrisk funktion.



Två av alternativen nedan svarar mot den ritade kurvan. Vilka?

**A**  $f(x) = 2\sin(x - 30^\circ)$

**B**  $f(x) = 2\cos(x + 60^\circ)$

**C**  $f(x) = -2\sin(x + 30^\circ)$

**D**  $f(x) = -\sin(x - 30^\circ)$

**E**  $f(x) = -2\sin(x - 30^\circ)$

**F**  $f(x) = -2\cos(x + 120^\circ)$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/1/0)

7. Bestäm båda asymptoterna till funktionen  $f(x) = \frac{-3x+2}{8+4x} + \frac{1}{4}$

Svar:  $x =$  \_\_\_\_\_

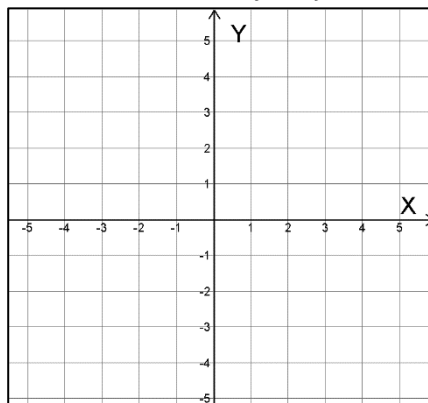
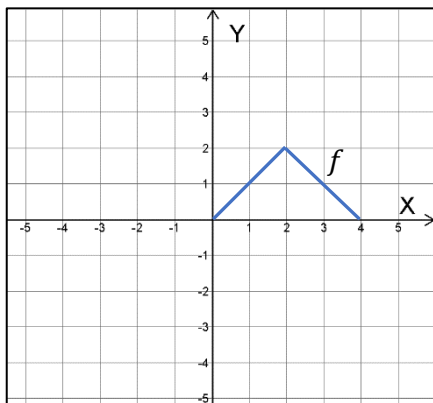
$y =$  \_\_\_\_\_ (1/1/0)

8. Bestäm alla lösningar till ekvationen  $\cos(3x) = \frac{1}{2}$  i intervallet  $180^\circ < x < 360^\circ$

Svar: \_\_\_\_\_ (1/1/0)

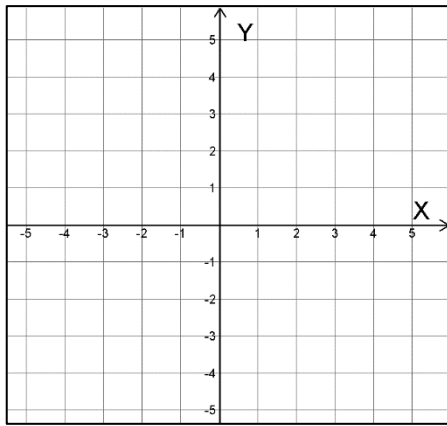
9. I det vänstra koordinatsystemet visas grafen till funktionen  $y = f(x)$ .

Rita i det högra koordinatsystemet grafen till funktionen  $y = f(x + 2) + 3$  (0/1/0)



10. Rita i koordinatsystemet nedan grafen till  $4 - |x + 2|$

(0/2/0)



11. Nedan visas fem funktionsuttryck märkta A - E.  
För vilket av alternativen gäller att  $f(x) = |f(x)|$  ?

**A**  $f(x) = 4x - 2$

**B**  $f(x) = 2\sin(x)$

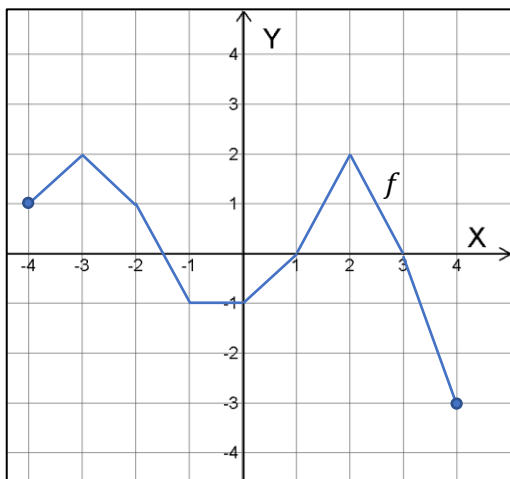
**C**  $f(x) = 3\cos(x) + 2$

**D**  $f(x) = 1 - \cos(x)$

**E**  $f(x) = \sin(2x) - 1$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

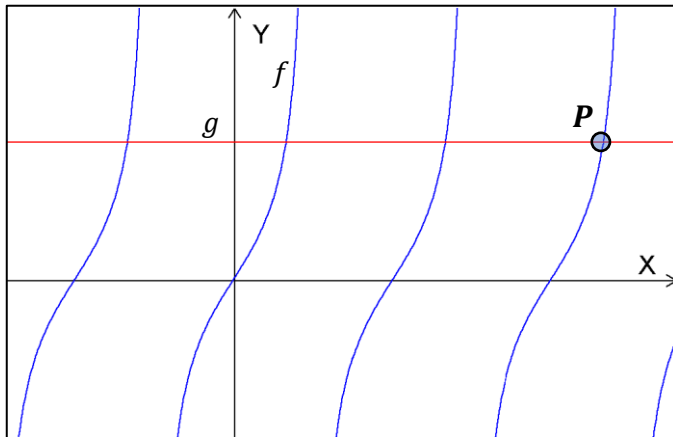
12. Figuren nedan visar grafen till funktionen  $f$  i intervallet  $-4 \leq x \leq 4$   
Bestäm största och minsta värdet av  $|f|$  i det aktuella intervallet



Svar: Största = \_\_\_\_\_

Minsta = \_\_\_\_\_ (0/1/0)

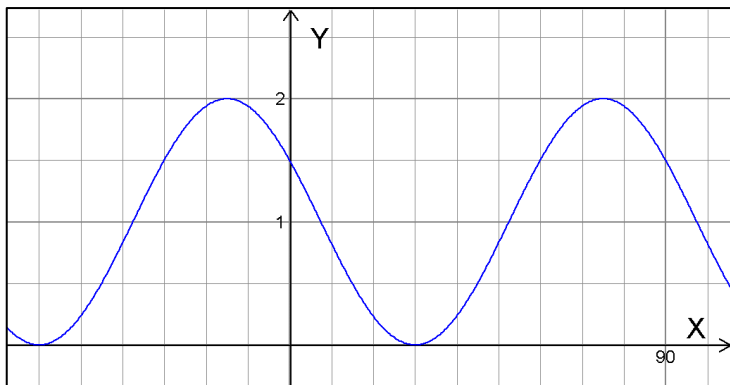
13. Figuren nedan visar graferna till de två funktionerna  $f(x) = \tan(3x)$  och  $g(x) = \sqrt{3}$  där  $x$  anges i radianer



Bestäm exakt  $x$ -koordinaten för punkten  $P$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/1)

14. Figuren visar en trigonometrisk funktion som kan skrivas på formen  $y = \cos(kx + v) + 1$ , där  $x$  anges i grader.



Bestäm värdet på konstanterna  $k$  och  $v$ .

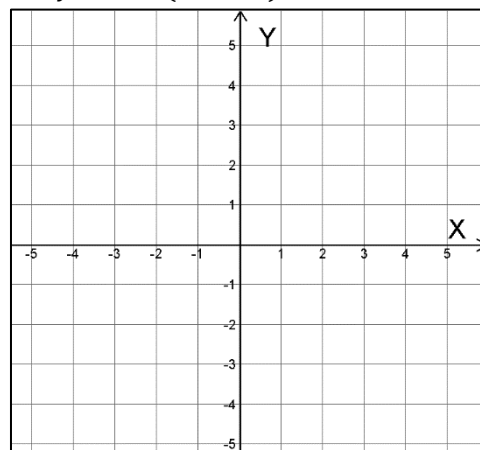
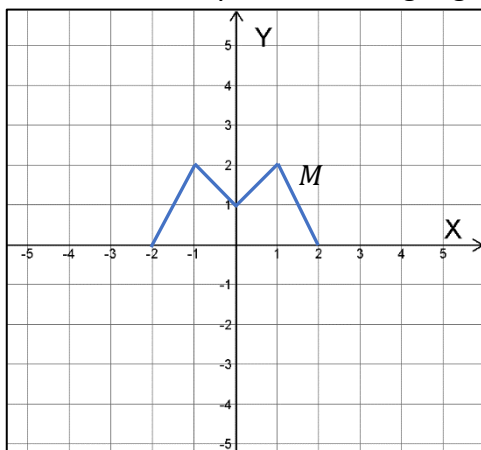
Svar:  $k =$  \_\_\_\_\_

$v =$  \_\_\_\_\_ (0/1/1)

15. I det vänstra koordinatsystemet nedan visas grafen till  $y = M(x)$ .

Rita i koordinatsystemet till höger grafen till  $y = 2M(2x - 4)$

(0/1/2)



**Del C – Utan miniräknare – Motiveringar/Uträkningar krävs**

16. Bestäm alla lösningar till ekvationen  $\cos(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , om  $x$  anges i grader (2/0/0)

17. Ingrid ska lösa ekvationen  $\cos(x) = 1$  från matteboken.

Hon tar då fram formelbladet och hittar då de båda lösningsraderna:

$$x = 90^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x = 270^\circ + n \cdot 360^\circ$$

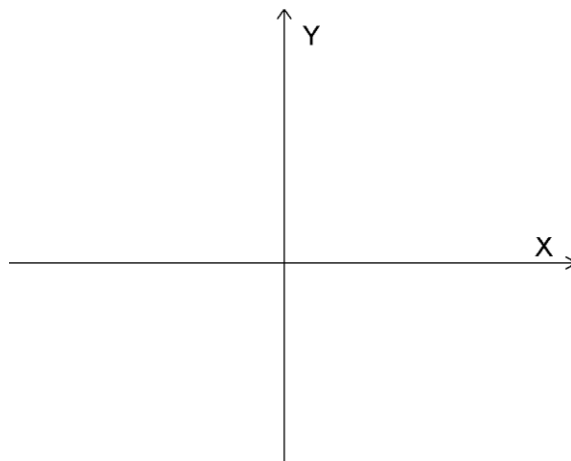
I facit står det att rätt svar är  $x = 90^\circ + n \cdot 180^\circ$ .

Ingrid undrar om hon har gjort fel.

Hjälp Ingrid genom att visa att båda skrivsätten motsvarar samma lösningar (2/0/0)

18. Skissa med hjälp av asymptoter grafen till funktionen  $\frac{2x+1}{x-4}$  (2/2/0)

*Motivera din skiss*



19. Kenneth och Knut diskuterar funktionen  $3 \sin(x) + 4 \cos(x)$ .

Knut säger att funktionens största värde är 7.

Kenneth säger i stället att dess största värde är 5.

a) Visa med hjälp av formelbladet att Kenneth har rätt (2/0/0)

b) Förklara hur Knut kan ha resonerat, och förklara varför detta sätt att tänka blir fel. (1/1/0)

20. Lös ekvationen  $|f(x)| = 1$  om  $f(x) = \frac{5x - 9}{x - 1}$  (0/2/0)

21. Hitta alla lösningar till olikheten  $\sin(6x) > \frac{1}{2}$  om  $x$  anges i grader (0/2/1)

22. Ange en egen funktion som har de tre asymptoterna

$$x = 3 \text{ och } x = -2 \text{ och } y = \frac{4}{3}$$

(0/2/0)

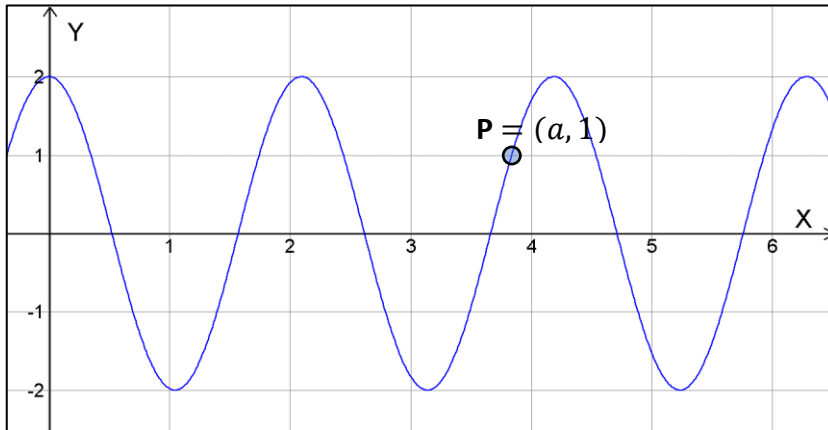
23. För en trigonometrisk funktion,  $f(x)$ , där  $x$  anges i radianer, gäller att den har ett maxvärde vid  $(\pi, 2)$  och ett närliggande minvärde vid  $(3\pi, -1)$ .

Lös ekvationen  $f(x) = \frac{5}{4}$

(0/2/2)

24. Grafen nedan visar en funktion på formen  $y = A \cdot \cos(kx)$  där  $A$  och  $k$  är **heltal** och där  $x$  anges i radianer.  
Bestäm exakt  $x$ -koordinaten,  $a$ , hos punkten **P**

(0/2/1)



25. Bestäm alla lösningar till ekvationen  
 $2 \cos(3x)\tan(2x) = \tan(2x)$ , om  $x$  anges i grader

(0/1/2)



**Del D – Med miniräknare – Motiveringar/Uträkningar krävs**

26. Ekvationen  $\tan(x) + x = 5$  har en lösning mellan  $0,5 < x < 1,5$  där  $x$  anges i radianer.

Ange lösningen med 3 decimalers noggrannhet.

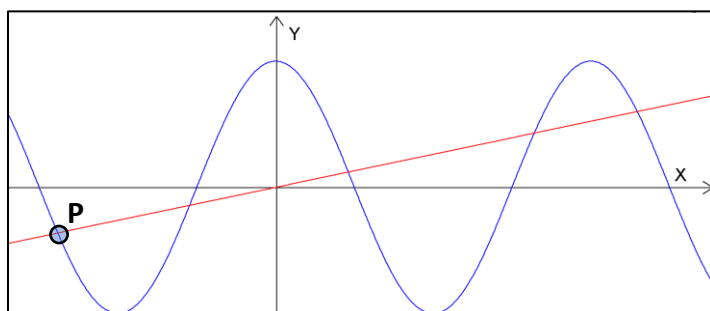
(1/0/0)

Endast svar krävs!

27. Figuren nedan visar graferna till  $f(x) = 3\cos(x)$  och  $g(x) = 0,25x$ . Bestäm koordinaterna för punkten **P** i figuren.

(2/0/0)

Svara med 3 decimalers noggrannhet! Endast svar krävs!



28. Funktionen  $f(x) = 3\cos(2x) - 5\sin(2x)$ , där  $x$  anges i grader, kan skrivas om på formen  $f(x) = A\sin(2x + v)$

Bestäm värdet på talen  $A$  och  $v$ . Svara med 3 decimaler

(2/0/0)

29. Låt  $f(x) = 0,5x^2 - 1,5x + 1,7$  och  $g(x) = 2,5\cos(2,2x)$

Ekvationen  $f(x) = g(x)$ , där  $x$  anges i radianer, har flera lösningar där samtliga ligger i intervallet  $-1 < x < 5$

- a) Bestäm antalet lösningar som finns till ekvationen.

(1/0/0)

- b) Catrin påstår att antalet lösningar fördubblas om man istället löser ekvationen  $|f(x)| = |g(x)|$ .

Undersök om Catrin har rätt.

(1/1/0)

30. Utgå från ekvationen  $A\sin(2x) = 1$ .

Undersök hur antalet lösningar i intervallet  $0^\circ < x < 180^\circ$  varierar med olika värden på  $A$

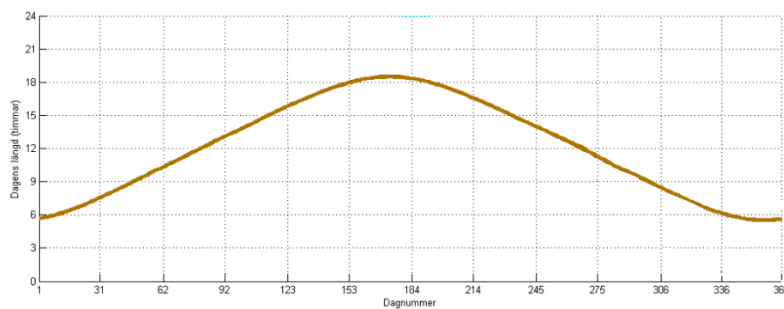
(1/1/1)

31. Under året varierar dagslängden olika vid olika delar av Sverige. Enligt statistik från SMHI kan dagens längd i Svealand antas följa den förenklade modellen

$$y = 6,17 \sin(0,017x - 1,29) + 11,87$$

$y$  anger dagens längd i timmar.

$x$  anger dagens nummer räknat från årets början. (se tabell nedan)



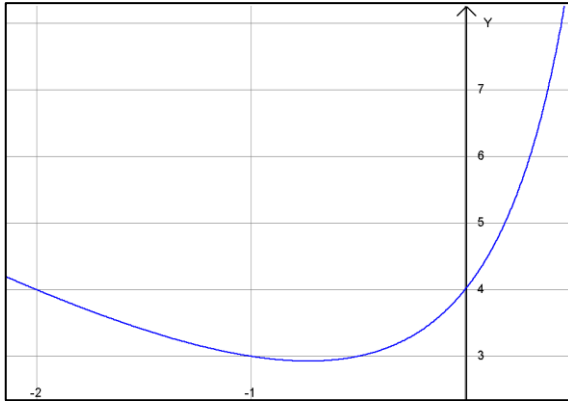
Månad	x -värdet
Januari	1 till 31
Februari	32 till 59
Mars	60 till 90
April	91 till 120
Maj	121 till 151
Juni	152 till 181
Juli	182 till 212
Augusti	213 till 243
September	244 till 273
Oktober	274 till 304
November	305 till 334
December	335 till 365

Källa: SMHI

- a) Hur lång är dagslängden i Svealand den 1:a Februari, enligt modellen? (1/0/0)
- b) Hur stor är skillnaden i dagslängd mellan kortaste och längsta dagen? (0/1/0)
- c) Vad säger siffran 11,87 i modellen om dagslängden i Svealand? (0/2/0)
- d) Lös olikheten  $y > 15$  och tolka resultatet. (0/2/1)

32. Delar av grafen för en funktion på formen  $\frac{4x+8}{A+Bx} + Cx$  visas nedan.  
Funktionen har två asymptoter varav en är en lodrät asymptot,  $x = 1$   
Bestäm funktionens andra asymptot

(0/2/1)

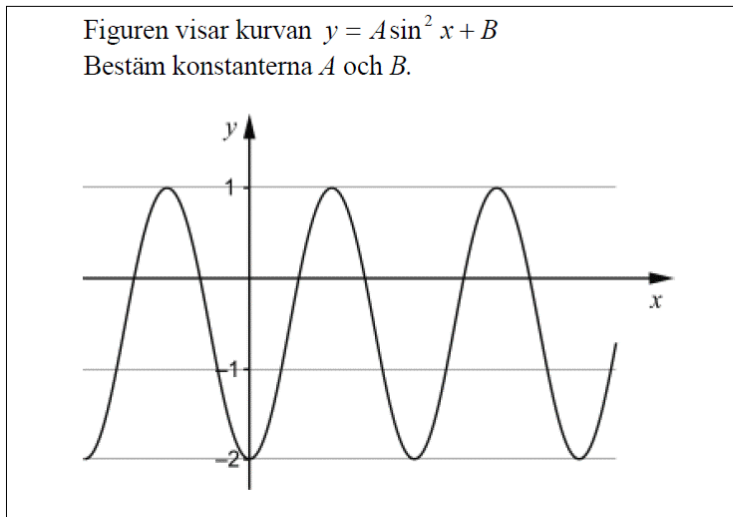


33. Lös uppgiften ifrån ett prov på Umeå universitetets Tekniskt basår nedan: (0/1/3)

*I ett hamninlopp, där ebb och flod förekommer, ligger en sandbank 4,0 m under lågvattennivån. En viss dag, med lugnt och vackert väder, inträffar lågvatten klockan 7.30 och nästa högvatten kl 14.00. Maximala nivåskillnaden mellan ebb och flod är 8,0 m. Vid vilket klockslag kan fartyget M/S Johanna av Umeå med 11,0 m djupgående tidigast lämna hamnen?  
Anta att tidvattnets rörelse kan beskrivas en sinuskurva*

34. Lös uppgiften ifrån det gamla nationella provet nedan.

I Lisas matematikbok finns följande uppgift:



Lisa löser uppgiften så här:

$$A = \frac{1 - (-2)}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$B = \frac{1 + (-2)}{2} = -\frac{1}{2} = -0,5 \quad \text{Svar: } A = 1,5 \text{ och } B = -0,5$$

Lisas lösning är inte korrekt. Hjälp Lisa att lösa uppgiften korrekt.

(0/0/2)