4.2 Produktregeln (och kedjeregeln)

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Bestäm $f'(x)$ om

a) $f(x) = x \cdot e^x$ (1/0/0)

b) $f(x) = 3\sin(x) \cdot \cos(x) + \sin(3x)$ (2/0/0)

c) $f(x) = \mathrm{e}^{2x} \cdot (4 - x^2)$ (2/0/0)

d) $f(x) = \cos^2(3x)$ (1/1/0)

2. Visa att derivatan av $f(x) = x^2$ är $f'(x) = 2x$ med hjälp av **produktregeln** (1/0/0)

3. Vissa funktioner kan deriveras med både kedjeregeln och produktregeln.

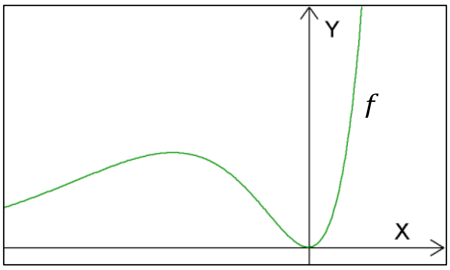
a) Visa att funktionen $f(x) = \sin^3(x)$ är en sådan genom att härleda derivatan med hjälp av båda reglerna. (2/1/0)

b) Visa att oavsett hur funktionen f ser ut så kommer funktionen $g = f^3$ att vara en funktion där derivatan kan fås med både produktregeln och kedjeregeln. (0/2/0)

4. Grafen till funktionen $f(x) = x^2 \cdot e^x$ visas till höger.

Funktionen har ett lokalt maximum.

Bestäm koordinaterna för detta maximum. (0/3/0)
Svara exakt!



5. Bestäm $f'(x)$ om

a) $f(x) = 5x(4 - x^3)^4$ (0/2/0)

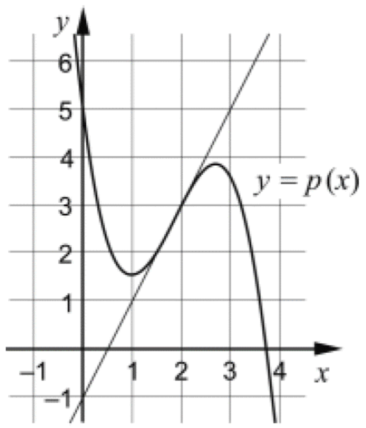
b) $f(x) = \mathrm{e}^x \cdot \sin(x) \cdot (x^2 - 2x)$ (0/2/0)

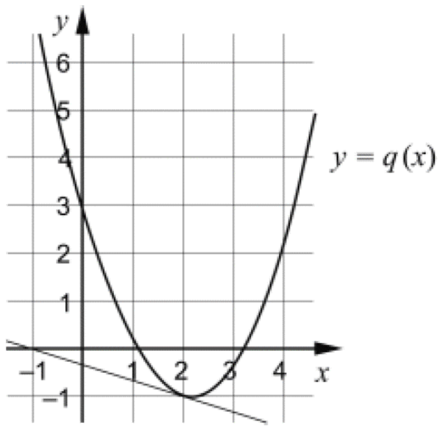
6. Bestäm $f'(x)$ om

$$f(x) = x\left(\sin(x) \cdot e^{x^2}\right)^3$$ (0/0/2)

7. Uppgiften nedan är ifrån ett gammalt nationellt prov. Lös uppgiften.

Figurerna visar kurvorna $y = p(x)$ och $y = q(x)$ samt tangenterna till dessa för $x = 2$





Låt $r(x) = p(x) \cdot q(x)$ och bestäm $r'(2)$. (0/0/2)

8. Bestäm en *primitiv funktion* till

a) $g(x) = -x^2 e^{x^3}$ (0/0/1)

b) $h(x) = 2e^{4x}(-x\sin(x^2) + 2\cos(x^2))$ (0/0/1)

9. För funktionen $f(x) = g(x)^2$ gäller:

$g(3) = 4$ $g'(3) = 2/3$ $g''(3) = -3$

Bestäm $f''(3)$ (0/0/2)