

4.3 Kvotregeln och $y = \ln(x)$

Del 1 – Utan digitalt hjälpmedel

1. Bestäm värdet av nedanstående uttryck

a) $\ln(e) - \ln(1)$ (1/0/0)

b) $f'(e)$ om $f(x) = x \cdot \ln(x)$ (2/0/0)

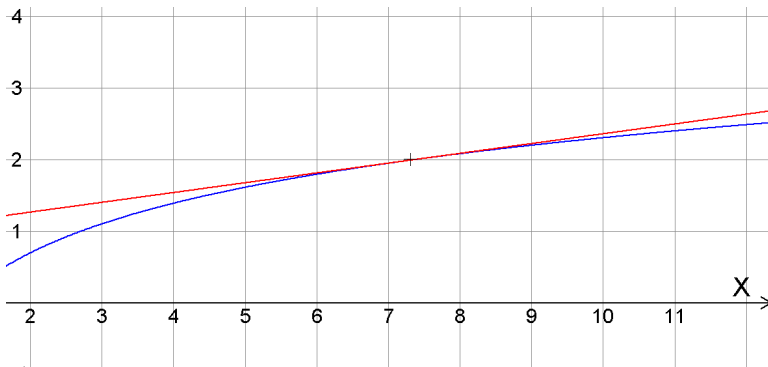
c) $f'(1)$ om $f(x) = e \cdot \ln(x^3)$ (2/0/0)

2. Derivera funktionerna nedan

a) $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ (1/0/0)

b) $g(x) = \frac{\sin(3x)}{\ln(x)}$ (0/1/0)

3. Figuren visar grafen till funktionen $y = \ln(x)$ med en tangent inritad vid $x = e^2$.



Bestäm x -koordinaten för den punkt där tangenten skär x -axeln.

(2/1/0)

4. Visa att derivatan av $y = \tan(x)$ kan skrivas som

både $y' = \tan^2(x) + 1$ och $y' = \frac{1}{\cos^2(x)}$

(1/2/0)

5. Vera Kvoth har fått i uppgift att bestämma derivatan av en kvot.

Hon kommer då fram till det korrekta svaret,

$$f'(x) = \frac{-4x(4-x^2)\ln(x) - \frac{(4-x^2)^2}{x}}{(\ln(x))^2}$$

a) Vera försöker beräkna värdet av $f'(1)$, men får bara "ERROR".

Förklara varför för Vera.

(1/0/0)

b) Vilken är kvoten som Vera har deriverat?

(0/1/0)

6. Visa att derivatan för funktionen $g = \frac{1}{f^2}$ blir densamma genom de båda olika tänken:

1) Kvotregeln.

2) Omskrivning med "upphöjt till minus" och kedjeregeln

(0/2/0)

7. Bestäm värdet av gränsvärdet $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln((4+h)^2) - \ln(16)}{h}$ (0/0/1)

8. Bestäm $f'(x)$ om $f(x) = \ln(\cos^2(4x))$ (0/0/1)

9. Bestäm $f''(x)$ om $f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$ (0/1/2)
Förenkla svaret så långt som möjligt

10. För funktionerna f och g gäller att:

$$f(2) = \pi$$

$$g(2) = 3$$

$$g'(2) = 1/3$$

Funktionen $h(x)$ definieras som $h(x) = \tan\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)$

För $h(x)$ gäller att $h'(2) = 2$

Bestäm $f'(2)$

Svara exakt!

(0/0/3)