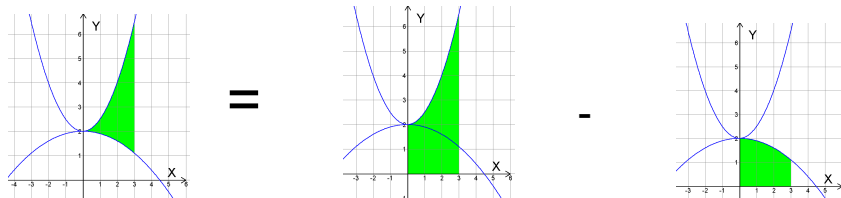


# Arean mellan två kurvor

Om man söker en area som placeras mellan två grafer kan man utnyttja tänket:

$$\text{Arean mellan} = \int_a^b \text{Övre kurva } dx - \int_a^b \text{Nedre kurva } dx$$



Detta gäller oavsett hur kurvorna är placerade i förhållande till x-axeln!

Två integraler som tas minus varandra, där gränserna är desamma kan skrivas som en integral enligt:

$$\int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx = \int_a^b (f - g) dx$$

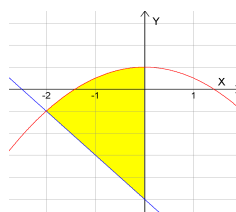
Exempel 1: Figuren visar ett område som begränsas av de båda funktionerna

$$f(x) = -0,5x^2 + 1$$

$$g(x) = -2x - 5$$

samt y-axeln

Bestäm en integral som beskriver området area.



Lösning: Arean ges av en integral där den graf som utgör "tak" i det aktuella intervallet sätts före motsvarande "golv" enligt tänket:

$$\int_a^b (\text{Tak} - \text{Golv}) dx$$

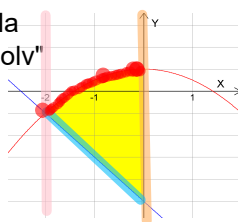
I detta fall:

$$a = \text{vänstervägg} = -2$$

$$b = \text{högervägg} = 0$$

$$\text{Tak} = f(x) = -0,5x^2 + 1$$

$$\text{Golv} = g(x) = -2x - 5$$



$$\int_{-2}^0 ((-0,5x^2 + 1) - (-2x - 5)) dx$$

$$= \int_{-2}^0 (-0,5x^2 + 2x + 6) dx$$

# Bestämning med Geogebra

Integraler bestäms i Geogebra med kommandot

Integral( <Funktion>, <Från>, <Till> )

Söker man området mellan två kurvor kan man dock använda kommandot



IntegralMellan( <Funktion>, <Funktion>, <Från>, <Till> )

"Tak" "Golv" "Vänster" "Höger"

Exempel D1: Figuren visar graferna till de två funktionerna

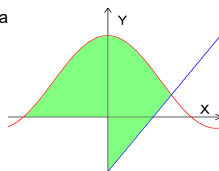
$$f(x) = 1,8x - 2,4$$

$$g(x) = 2\cos(x) + 1,5$$

I figuren finns ett markerat område.

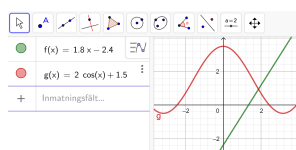
Bestäm arean av det markerade området.

Svara med 3 decimaler!



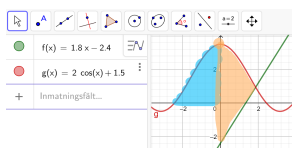
Lösning:

Skriv in de givna funktionerna i Geogebra



Det finns ingen möjlighet att räkna områdets area i ett steg.

Gör upp någon slags strategi för att bestämma området, genom att dela in det i mindre områden, exempelvis enligt figuren till höger



För respektive av dessa båda områden krävs information om Tak, Golv, Vänster och Höger.

Vänster och höger fås via skärningspunkter mellan grafer.

Då används kommandot

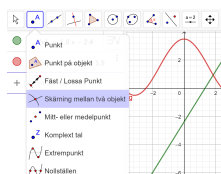
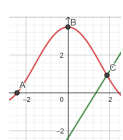
"Skärning mellan två objekt", och klicka på de två linjerna som skärs för respektive punkt.

(Även x-axeln, och y-axeln funkar)

A = Skärning(g, yAxeIn, (2))  
→ (-2.4189, 0)

B = Skärning(g, yAxeIn, (2))  
→ (0, 3.5)

C = Skärning(g, f, (1.8551))  
→ (1.8551, 0.9391)



Nu är det färdigt för att beräkna respektive delområde.

Kommandot är IntegralMellan ( Tak, Golv, Vänster, Höger )



Tak = g (cosinus-kurvan)

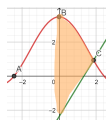
Golv = 0 (x-axeln)

Vänster = x(A) (x-värdet i punkten A)

Höger = x(B) (x-värdet i punkten B, som ju är noll)

$$a = \text{IntegralMellan}(g, 0, x(A), x(B))$$

$$\rightarrow 4.9512$$



Tak = g (cosinus-kurvan)

Golv = f (räta linjen)

Vänster = x(B) (x-värdet i punkten B)

Höger = x(C) (x-värdet i punkten C)

$$b = \text{IntegralMellan}(g, f, x(B), x(C))$$

$$\rightarrow 6.0573$$



Sammanlagd area fås genom att lägga ihop de båda delarna:

$$c = a + b$$

Arean av området är alltså ungefär 11,009 ae

$$\rightarrow 11.0085$$