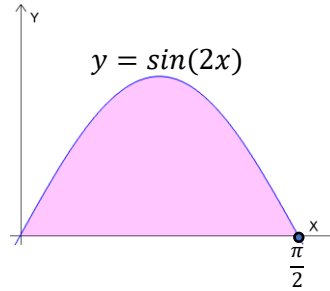


5.4 Rotationsvolym

Del 2 – Med digitalt hjälpmedel

- D1. Till höger visas ett område vars area kan beskrivas med integralen

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) dx$$

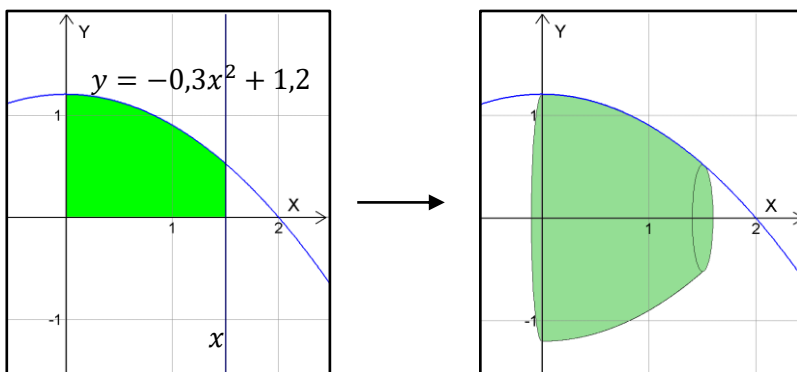
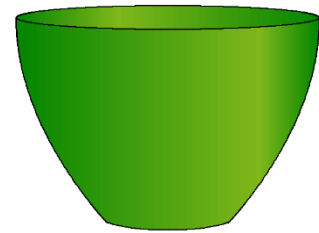


Beräkna volymen som fås då området roteras kring x -axeln.
Svara med 2 decimaler!

(2/0/0)

- D2. En krukmakare har bestämt sig för att göra en kruka i form av en rotations kropp.

Krukans insida formas av att det område som innesluts av grafen till $y = -0,3x^2 + 1,2$, de positiva koordinataxlarna, samt linjen $x = 1,5$, roteras runt x -axeln.



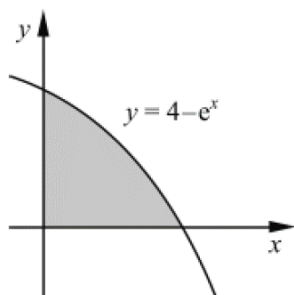
Utgå från att sträckorna i koordinatsystemet anges i dm.
Hur många liter kommer den färdiga krukans rymma?
Svara med 2 decimaler

(2/0/0)

D3. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt NP. Lös uppgiften

(0/2/0)

I figuren nedan visas det område som begränsas av kurvan $y = 4 - e^x$ och koordinataxlarna.



När området roteras runt x -axeln bildas en rotations kropp.

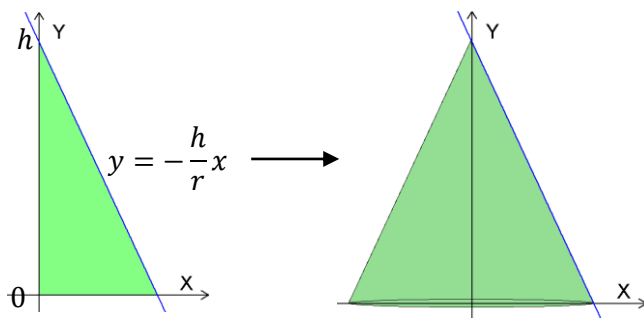
Teckna ett uttryck för rotationskroppens volym och bestäm dess värde med minst tre värdesiffror.

D4. Visa att volymen av en kon med radie r och höjden h kan fås när området som

begränsas av y -axeln, x -axeln samt den räta linjen $y = -\frac{h}{r}x$

roterar kring y -axeln

(1/2/0)

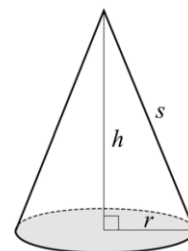


Kon

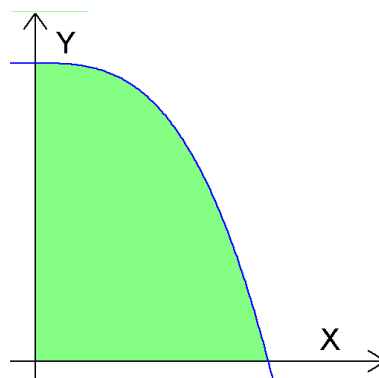
$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Mantelarea

$$A = \pi r s$$



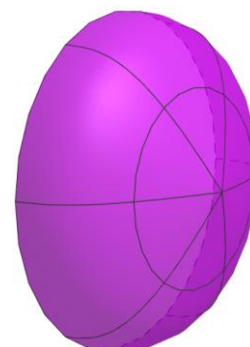
- D5. Figuren visar det område som begränsas av koordinataxlarna samt grafen till funktionen $y = -0,2x^3 + 4$



- a) När området roterar kring x -axeln fås rotationskroppen till höger.

Bestäm dess volym.
Svara med 3 decimaler.

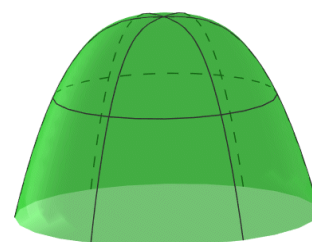
(0/2/0)



- b) När området roterar kring y -axeln fås rotationskroppen till höger.

Bestäm dess volym.
Svara med 3 decimaler.

(0/3/0)



D6. Figuren visar den rotations kropp som fås då det område som begränsas av

$$x\text{-axeln,}$$

$$y = \sqrt{2x}$$

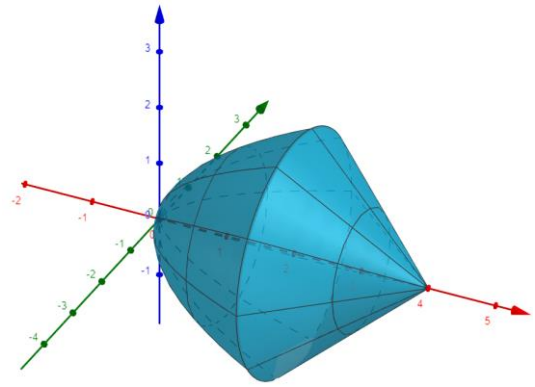
$$y = 4 - x$$

roterar kring x -axeln

Bestäm rotations kroppens volym.

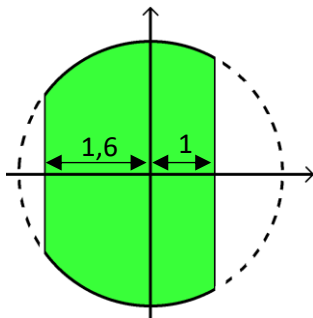
(0/3/0)

Svara med 3 decimaler



D7. Figuren visar en rotations kropp som utgörs av en del av ett klot med radien 2 dm.

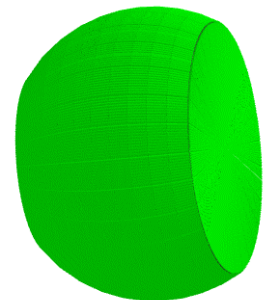
Klotet är klippt enligt måtten nedan.



Bestäm rotations kroppens volym.

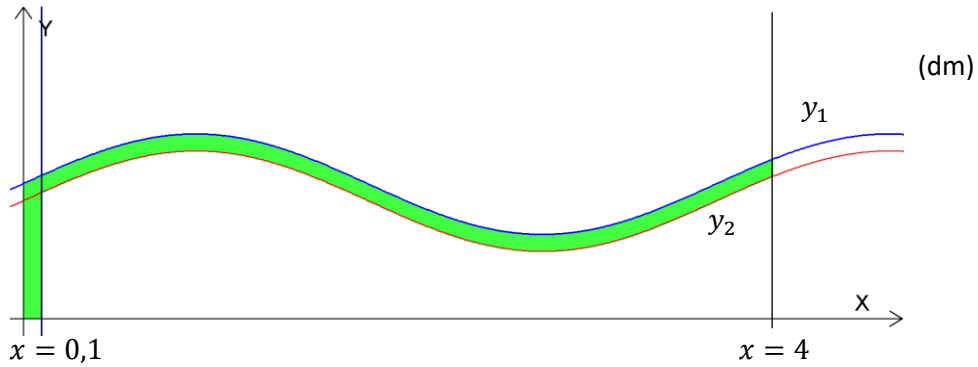
Svara med 3 decimaler

(0/1/1)



D8. En skulptör har designat en 4 dm hög blomvas i form av en rotations kropp.

Som utgångspunkt används området nedan, som begränsas av:
 y -axeln,
linjen $x = 0,1$,
grafan till $y_1 = 0,3 \sin(1,7x) + 0,8$,
grafan till $y_2 = 0,3 \sin(1,7x) + 0,7$,
och linjen $x = 4$



Vasen fås då området roteras runt x -axeln.

Hur mycket glasmassa går åt till att bygga vasen?
Svara med 2 decimaler

(0/2/1)

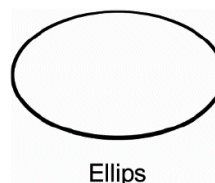
D9. Nedanstående uppgift är ifrån ett gammalt NP. Lös uppgiften

Ekvationen för en cirkel med medelpunkt i origo och med radien 1 är

$$x^2 + y^2 = 1$$

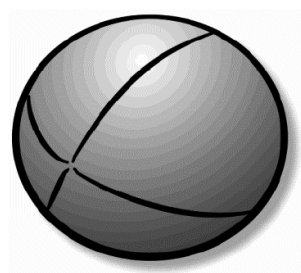
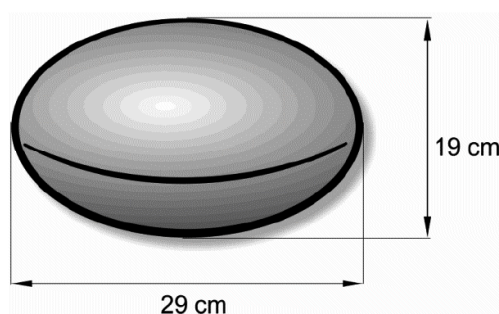
Ekvationen för en ellips med medelpunkt i origo och som skär axlarna i $(\pm a, 0)$ och $(0, \pm b)$ är på motsvarande sätt

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$



När en sådan ellips roterar runt x -axeln får man en ellipsoid.
I rugby används en boll som har formen av en ellipsoid.

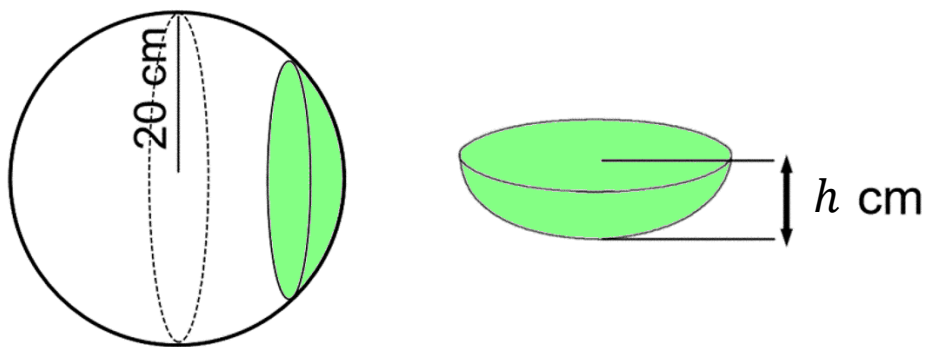
En typ av boll som är godkänd för rugbymatcher har de mått som anges i figuren nedan.



Bestäm volymen av denna boll.

(0/0/3)

D10. Nedanstående figur visar ett skålformat segment av ett klot med radien 20 cm.



Visa med hjälp av att rotera delar av grafen av en halvcirkel kring x -axeln att volymen av klotsegmentet med höjden h ges av

(0/1/3)

$$V = \pi \left(400h + \frac{(20 - h)^3}{3} - \frac{20^3}{3} \right)$$

D11. Figuren till höger visar det område som begränsas av grafen till funktionen $y = 4x - x^2$ och x -axeln.

Bestäm volymen av den rotationskropp som fås då området roterar kring linjen $y = 5$

(0/1/2)

