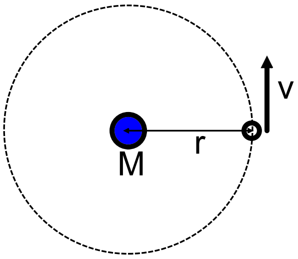
Kapitel 6 - Rörelse i fält

Cirkulär rörelse kring källa i gravitationsfält

För att åstadkomma en cirkelrörelse runt källan på ett gravitationsfält
krävs den konstanta hastigheten:



$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

v = hastighet vinkelrät mot radien

r = tyngdpunktsavståndet mellan källan och upplevaren

M = källans massa

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$

Eftersom hastigheten är konstant gäller samtidigt:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

T = Omloppstiden (tiden för ett varv)

Uppgift 1:

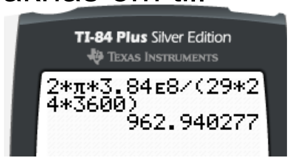
Anta att månen rör sig i en helt cirkulär bana kring Jorden och att den rör sig ett varv på tiden 29 dygn.

a) Beräkna månens hastighet relativt Jorden (2/0/0)

b) Använd datat till att göra en uppskattning av Jordens massa. (0/2/0)

Vid en helt cirkulär bana kan man anta konstant hastighet, som är riktad vinkelrätt mot radien.
Hastigheten storlek kan då bestämmas med $v = s / t$
där s = sträckan för ett varv och t = omloppstiden.

Enligt formelblad/tabell är avståndet till månen, $r = 3{,}84 \cdot 10^8$ m
Detta avstånd kommer utgöra radie i cirkelbanan, varvid sträckan kan bestämmas som omkretsen av en cirkel med radie r, $s = 2 \cdot \pi \cdot r$
Tiden för ett varv är given i dygn, och kan med fördel räknas om till sekunder (då m/s är SI-enhet).
$T = 29$ dygn $= 29 \cdot 24 \cdot 3600$ s



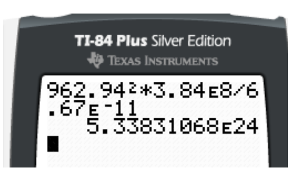
Hastigheten blir då $v = s / t = 963$ m/s
riktad vinkelrätt mot radien

b) Vid en cirkelbana som helt beror på gravitationen är det tyngdkraften som utgör centripetalkraft. Sätts Fg = Fc fås sambandet:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

där v är hastigheten som bestämdes i a-uppgiften och M är Jordens massa. Efter lite matematik fås sambandet,

$$M = \frac{v^2 \cdot r}{G}$$



Enligt denna uppskattning är alltså Jordens massa
$M = 5{,}3 \cdot 24$ kg

(att jämföra med tabellvärden: $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg)

Bedömningsanvisning, uppgift 1

a) Godtagbar ansats, t.ex. räknar om omloppstiden till sekunder eller räknar ut omkretsen av cirkelbanan. (1 E)

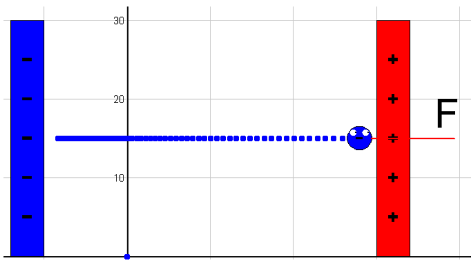
Korrekt bestämning av hastigheten ($v = 960$ m/s, riktad vinkelrätt mot radien) (1 E)

b) Godtagbar ansats, t.ex. inser att källan till cirkeln är Jorden och att månens massa inte påverkar resultatet (1 C)

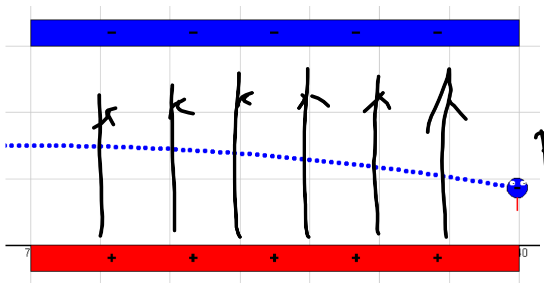
med en fullföljd uppskattning ($M_{jorden} \approx 5{,}3 \cdot 10^{24}$ kg) (1 C)

Rörelse i elektriska fält

Laddningar som rör sig i ett elektrisk fält påverkas av en kraft från fältet: $F = q \cdot E$.
Detta skapar en accelererad rörelse, som kan kan ske på två sätt:



Längs med fältet


Vinkelrätt mot fältet

För en neg. laddning blir F mot fältet

I båda fallen kan det energitillskott som fältet ger beräknas som $W = q \cdot U$

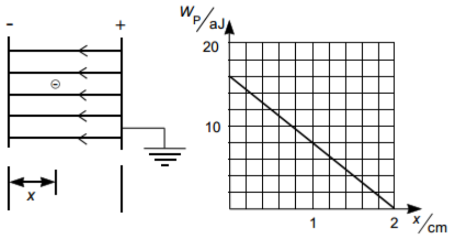
Sätts det lika med kinetisk energi fås:

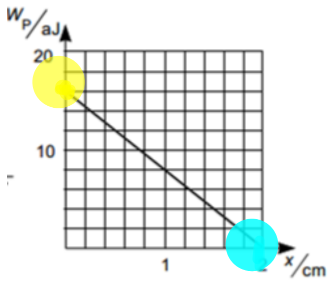
$$q \cdot U = mv^2/2$$

Uppgift 2:

Uppgift nr 15 (274)
1/2

En elektron rör sig i ett homogent elektriskt fält parallellt med fältlinjerna enligt figuren till vänster. Dess elektriska lägesenergi W_p ändras därvid med läget x enligt diagrammet i figuren till höger. Beräkna det elektriska fältets fältstyrka.





Elektronens energi då den är vid den negativa plattan motsvaras av x = 0 i diagrammet.

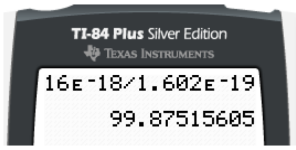
Den är W = 16 aJ

Den kommer omvandlas till energi enligt:

$$W = q \cdot U$$

Det gör att spänningen mellan plattorna kan beräknas med

$$U = W / q$$



Alltså, U = 100 V

Elektriska fältstyrkan fås sedan i ett homogent fält som
E = U / d där d enligt diagrammet är 2 cm

E blir 100 / 0,02 = 5000 V/m

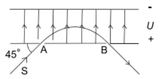
Bedömningsanvisning, uppgift 2

Uppgift nr 15 (274)

	Max 1/2
Eleven visar att han/hon förstått problemet	+1 g
Visat framkomlig lösningsstrategi	+1 vg
med godtagbart svar (5 kV/m)	+1 vg

Uppgift 3:

Uppgift nr 17 (258)
0/4



För att mäta farten hos elektronerna i en elektronstråle kan man använda en anordning enligt figuren. Elektronstrålen S leds in mellan två inbördes parallella metallskivor genom ett hål A i den ena skivan. S bildar vinkeln 45° med denna. Mellan skivorna finns ett homogent elektriskt fält. Dess fältstyrka väljs så att elektronerna kommer ut genom hålet B. Sträckan AB är 6,0 cm och avståndet mellan skivorna är 3,0 cm. Fältet utanför skivorna är försumbart och elektronerna rör sig hela tiden i vakuum.

Hur stor är elektronernas fart, om spänningen *U* mellan skivorna är 2,0 kV?

Lösningen fås genom att dela upp rörelsen i x-led och y-led.
I x-led kommer hastigheten att vara konstant, och i y-led kommer den att accelereras pga fältet.

Om hastigheten betecknas v kommer hastigheterna i x-led och y-led att bli:

$v_x = v \cdot \cos 45^o$
$v_y = v \cdot \sin 45^o$

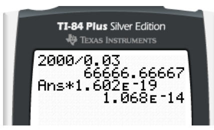
I x-led kommer elektronerna att röra sig sträckan AB = 6 cm.
Eftersom det är konstant hastighet kan den tiden beräknas med,
$t = s / v_x = 0{,}06 / v \cdot \cos 45^o$

På samma tid kommer y-hastigheten att byta riktning.
Accelerationen som där gäller ges av Newtons andra lag:

$a = F_{res} / m$ där F_{res} är kraften från elektriska fältet

Den kraften beräknas genom

$F = q \cdot E$ där E fås som U / d där U var given i uppgiften till
U= 2,0 kV och d = 0,03 m
och q är elektronladdningen.

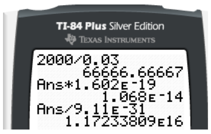


$F = 1{,}07 \cdot 10^{-14}$ N

Massan för en elektron är $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg

vilket ger accelerationen till
$a = F / m$

$a = 1{,}17 \cdot 10^{16}$ m/s^2



Med accelerationen bestämd är det hela ett rent "kast-problem":

Sträckan i x-led är 6 cm, och på den tiden hinner alltså elektronerna "ramla ned" till samma y-led som den nedre plattan.

Detta ger de två ekvationerna:

$y = v_y \cdot t - at^2/2$
$x = v_x \cdot t$

Med de tidigare v_x och v_y fås:

$y = v \cdot \cos 45^o \cdot t - a \cdot t^2/2$
$x = v \cdot \sin 45^o \cdot t$

Lös ut tiden från den nedre ekvationen, stoppa in i den övre,
och stoppa in alla kända värden (x = 0,06 y = 0 a = 1,17 · 10^{16} m/s^2
sin 45° = cos 45° = 0,707).

$0 = 0{,}06 - 5{,}85 \cdot 10^{15} \cdot (0{,}06/(0{,}707 \cdot v))^2$

Detta ger:

$-0{,}06 = -4{,}21 \cdot 10^{13}/v^2$

$v = \sqrt{4{,}21 \cdot 10^{13} / 0{,}06} \approx 2{,}7 \cdot 10^7$ m/s

Bedömningsanvisning, uppgift 3

Uppgift nr 17 (258)

	Max 0/4
Eleven har antytt en möjlig lösningsstrategi	+1-2 vg
Godtagbar lösning och svar ($v = 0,27 \cdot 10^8$ m/s)	+1-2 vg

Rörelse i magnetiska fält

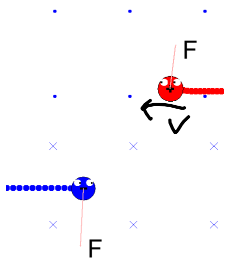
Repetition:
Laddade partiklar
i magnetfält

Då en laddad partikel rör sig i ett magnetfält påverkas den av en kraft, F, vars storlek kan beräknas som:

$$F = q \cdot v \cdot B$$

där

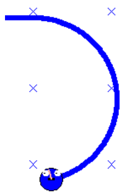
q = partikelns laddning
v = partikelns hastighet
B = magnetfältets styrka

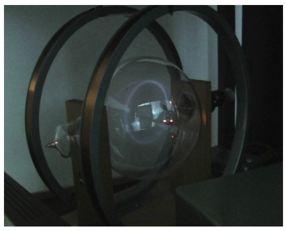


Riktningen fås genom högerhandsregeln:

Låt då tummen svara mot en positiv partikels rörelseriktning, varvid handflatan ger riktningen. För en negativ partikel blir det tvärtom.

Eftersom kraften är vinkelrät mot hastigheten blir banan en cirkel...





...även i verkligheten!

Vid cirkelrörelsen gäller

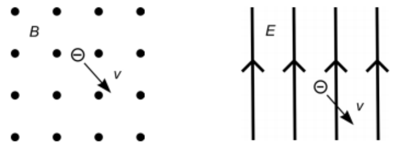
$$F_B = F_C$$

$$q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{r}$$

Uppgift 4:

Uppgift nr 4 (1562)
1/0 , 1/0

Figurerna nedan visar en elektron som rör sig i ett magnetiskt respektive ett elektriskt fält.

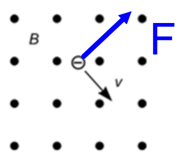


Magnetiskt fält Elektriskt fält

a) Rita in kraftens riktning på elektronen i det magnetiska fältet.

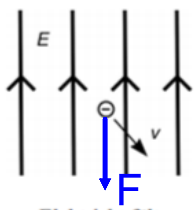
b) Rita in kraftens riktning på elektronen i det elektriska fältet.

a) Enligt högerhandsregeln så fås kraften på en positiv partikel till snett nedåt vänster, men eftersom det är en negativ partikel blir det tvärtom, dvs snett uppåt höger



Magnetiskt fält

b) Elektriska fält är definerade för positiva partiklar; med andra ord - en positiv partikel påverkas av en kraft i samma riktning som fältet. Detta är dock en negativ partikel, och den påverkas åt motsatt håll, dvs i detta fall nedåt (mot det elektriska fältet)



Elektriskt fält

Bedömningsanvisning, uppgift 4

Uppgift nr 4 (1562)

		Max 2/0
a)	Korrekt riktning på kraften i det magnetiska fältet (Snett uppåt höger)	+1 g
b)	Korrekt riktning på kraften i det elektriska fältet (Rakt nedåt)	+1 g

Uppgift 5:

Uppgift nr 7 (346)
1/2

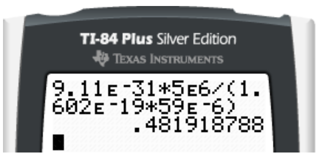
En elektron med farten $5{,}0\cdot 10^6$ m/s kommer in vinkelrätt mot jordens magnetfält vid ekvatorn där den jordmagnetiska flödestätheten är 59 µT. Elektronen rör sig i en krökt bana.

Hur stor är banradien?

Sätts kraften på elektronen ifrån magnetfältet lika med centripetalkraften fås

$q \cdot v \cdot B = m \cdot v^2 / r$

Detta gör att radien kan bestämmas genom
$r = (m\ v) / (q\ B)$



$r = 0{,}48$ m

Bedömningsanvisning, uppgift 5

Uppgift nr 7 (346)

Max 1/2

Godtagbar ansats (t.ex. $F = QvB$)	+1 g
Inser att den magnetiska kraften utgör en centripetalkraft	+1 vg
Godtagbart svar (0,48 m)	+1 vg

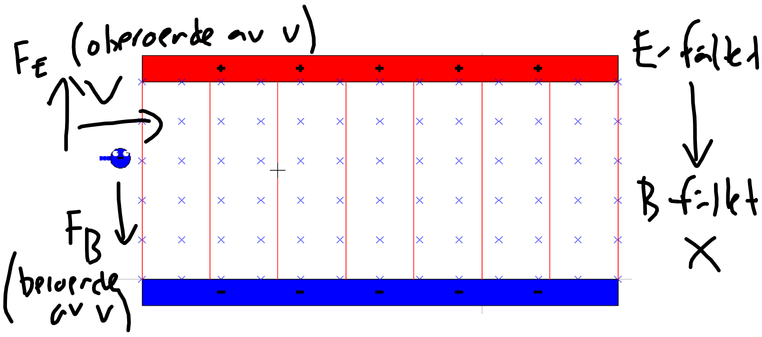
Hastighetsfilter

Genom att kombinera elektriskt fält och magnetiskt fält fås ett s.k. hastighetsfilter.

Det uppstår en kraft från det elektriska fältet: $F_E = q \cdot E$

och en från det magnetiska fältet: $F_B = q \cdot v \cdot B$

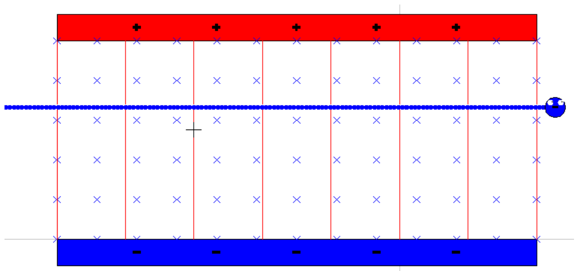
Med lämpligt val av magnetfält fås dessa åt motsatt håll, och för en lämplig hastighet, v, är de lika starka, vilket ger:



$$F_E = F_B$$

$$v = \frac{E}{B}$$

För laddningar med den hastigheten färdas de alltså rakt fram igenom filtret:

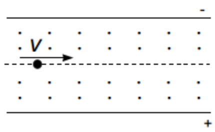


negativ laddning med "rätt" hastighet

Uppgift 6:

Uppgift nr 9 (279)
0/1

Mellan två laddade plattor finns ett elektriskt fält. Den övre plattan har negativ laddning och den nedre positiv. Vinkelrätt mot det elektriska fältet finns ett magnetfält som är riktat mot läsaren vinkelrätt ut från papperets plan (se figur).



Elektroner med hastigheten *v* passerar utan att böjas av. Vad händer om de inkommande elektronerna har högre hastighet och fälten är oförändrade?

A) Elektronerna avböjs utåt mot läsaren.
B) Elektronerna avböjs inåt från läsaren.
C) Elektronerna avböjs nedåt mot den positiva plattan.
D) Elektronerna avböjs uppåt mot den negativa plattan.
E) Elektronernas riktning ändras ej.

Svar: ________________

Kraften i från magnetfältet är beroende av hastigheten, enligt $F = qvB$

Om hastigheten blir högre kommer den kraften att bli högre än den elektriska.

Enligt högerhandsregeln är den kraften riktad uppåt, vilket alltså leder till att elektronerna böjs uppåt

A) Elektronerna avböjs utåt mot läsaren.
B) Elektronerna avböjs inåt från läsaren.
C) Elektronerna avböjs nedåt mot den positiva plattan.
D) Elektronerna avböjs uppåt mot den negativa plattan.
E) Elektronernas riktning ändras ej.

Bedömningsanvisning, uppgift 6

Uppgift nr 9 (279)

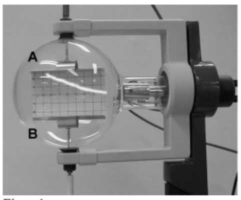
Max 0/1

Godtagbart svar (Elektronerna avböjs uppåt mot den negativa plattan.)	+1 vg

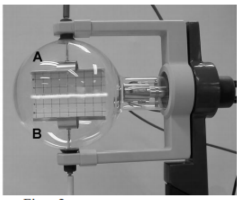
Uppgift 7:

Uppgift nr 12 (1225)
1/0 , 0/4

Figurerna visar ett elektronstrålerör. Elektronernas väg beskrivs av den ljusa kurvan/linjen. I figur 1 avlänkas elektronerna av ett elektriskt fält. I figur 2 får man elektronerna att gå rakt fram genom att dessutom lägga på ett magnetfält. Accelerationsspänningen och spänningen över plattorna A och B är båda 1,3 kV. Avståndet mellan plattorna A och B är 5,5 cm.



Figur 1



Figur 2

a) Vilken av plattorna A och B är den positiva plattan? Motivera ditt svar.

b) Vilken riktning har magnetfältet i figur 2 och hur stor är flödestätheten?

a) Elektroner är negativt laddade och vill således bort från den negativa plattan. Av det kan man dra slutsatsen att den nedre plattan är negativ, och således är den övre plattan positiv .

b) Att elektronerna rör sig rakt fram i figur 2 beror på att de i den situationen påverkas av en resulterande kraft som är noll.
Det beror inte på att den elektriska kraften upphört, utan på att det tillkommit en magnetisk kraft åt motsatt håll (nedåt).

För att en sådan ska uppkomma för negativt laddade partiklar säger högerhandsregeln att magnetfältet är riktat ut ur bilden .

Flödestäthetens storlek, dvs värdet av B fås genom att utgå från kraftjämvikten:

$$F_E = F_B$$

$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B$$

$$\frac{E}{v} = B$$

Man behöver alltså bestämma E och v var för sig.

E fås genom att spänningen över plattorna samt avståndet är kända:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{1300}{0{,}055} = 23600 \text{ V/m}$$

v fås via energitänk (under accelerationsdelen):

energin från fältet = rörelseenergi hos elektronen

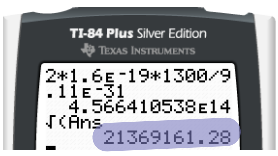
$$q \cdot U = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$m_{elektron} = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg

$q_{elektron} = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$U = 1300$ V

v blir då: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}} \approx 2{,}13 \cdot 10^7$ m/s



B blir således: $B = \frac{E}{v} = \frac{23600}{2.13 \cdot 10^7} \approx 1{,}1$ mT

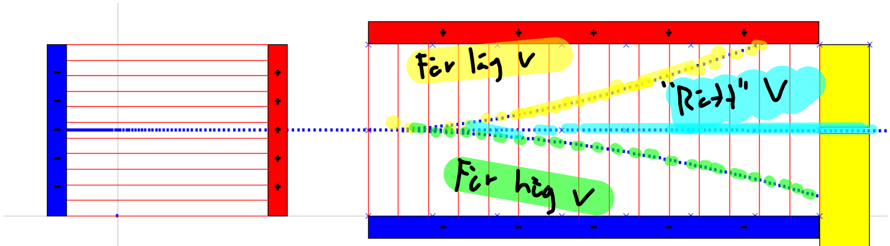
Bedömningsanvisning, uppgift 7

Uppgift nr 12 (1225)

		Max 1/4
a)	Godtagbar motivering med korrekt svar (platta A)	+1 g
b)	Tecknat uttryck för elektronens hastighet	+1 vg
	Påvisar jämvikt	+1 vg
	Godtagbar lösning och svar (1,1 mT och fältet ut ur papperet)	+1-2 vg

Användning av hastighetsfilter: elektronmassan
masspektrografen

Ett hastighetsfilter kan förefalla ganska onödigt, då det inte verkar förändra hastigheten alls. Det gäller dock bara en speciell hastighet, och alla andra hastigheter filtreras bort.



Att man då vet vilken hastighet som klarat sig gör att man har information nog att t.ex. bestämma elektronens massa, via följande tänk:

x Mät upp U, E och B så att elektronerna passerar öppningen.

x Utnyttja energisambandet i första accelerationen.

x Utnyttja att det v som gäller kan skrivas v = E / B

x Lös ut m (och använd elektronladdningen, som är bestämd på ett helt annat sätt)

En ytterligare tillämpning är den s.k. masspektrografen, då jonerna efter hastighetsfiltret får passera ett nytt magnetfält, varvid en cirkelrörelse uppstår.

Genom att mäta radien som de får innan de kraschar, kan q beräknas enligt tänket ovan kombinerat med "magnetkraft = centripetalkraft"-tänk: