

Namn: _____

Matematik 4 – Prov, kapitel 2, NA3B

*Radianer, Graftransformation, Asymptoter, Trigonometriska funktioner,
Trigonometriska ekvationer*

Del 1a – Utan digitala hjälpmedel - Endast svar krävs! Skriv svaren direkt på provpappret.

1. Hur många radianer är 15° ?

Svar: _____ (1/0/0)

2. Bestäm ett exakt värde på $\cos(330^\circ)$

Svar: _____ (1/0/0)

3. Utgå från funktionen $f(x) = 5 - 3 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

a) Bestäm funktionens **största värde**.

Svar: _____ (1/0/0)

b) Bestäm funktionens **period**.

Svara i grader eller radianer

Svar: _____ (1/0/0)

4. Bestäm den lodräta och vågräta asymptoten till $f(x) = \frac{4 + 2x}{x - 3} + \frac{1}{2}$

Svar: $x =$ _____

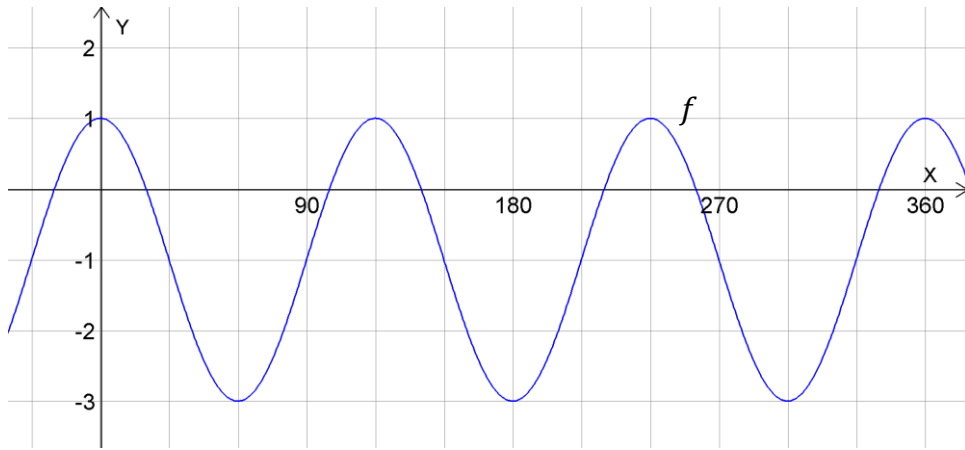
$y =$ _____ (1/1/0)

5. Hitta två lösningar till ekvationen $\cos(x) = \frac{1}{2}$ i intervallet $0 \leq x \leq 2\pi$

Svar: $x_1 =$ _____

$x_2 =$ _____ (2/0/0)

6. I figuren visas grafen till en trigonometrisk funktion, f



a) Funktionen kan skrivas $f(x) = A\cos(kx) + B$
Bestäm konstanterna A , B och k .

Svar: $A =$ _____

$B =$ _____

$k =$ _____

(1/1/0)

b) Funktionen kan även skrivas $f(x) = A\sin(k(x + v)) + B$
där A , B och k har samma värden som tidigare.
Bestäm ett värde på konstanten v

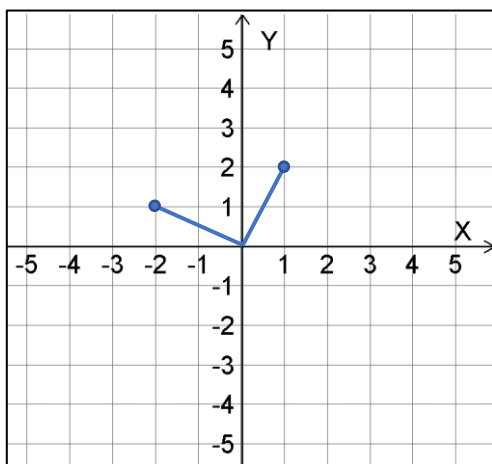
Svar: $v =$ _____

(0/1/0)

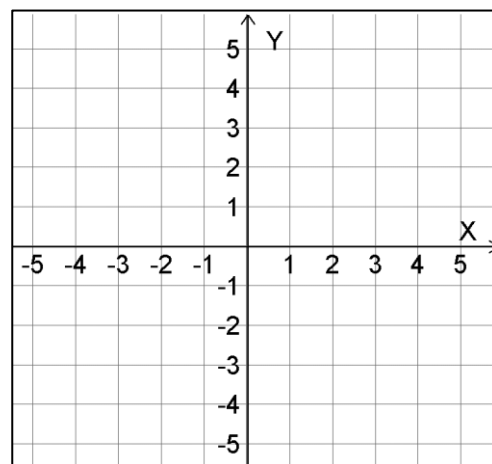
7. I det vänstra koordinatsystemet nedan visas grafen till funktionen $y = g(x)$

Rita i det högra koordinatsystemet grafen till $y = -g(x + 2) + 3$

(1/1/0)



$y = g(x)$



$y = -g(x + 2) + 3$

8. Figuren visar graferna till två funktioner med asymptoter. Båda dessa funktioner finns med i listan nedan.

A $y = \frac{4x + 2}{x - 3} + 0,5x$

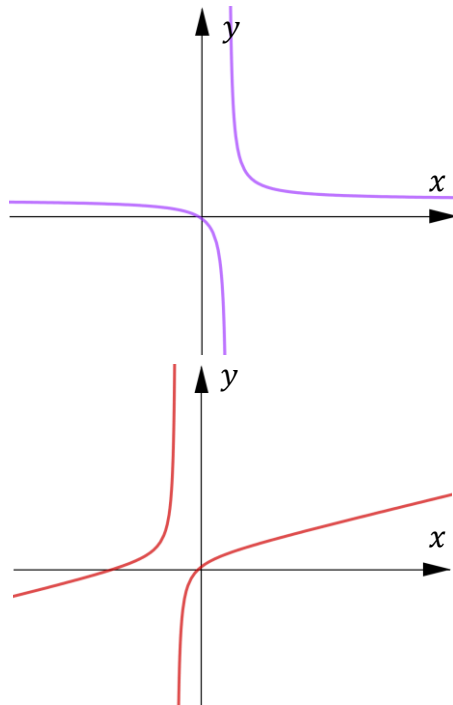
B $y = \frac{4x + 2}{x + 3} - 0,5x$

C $y = \frac{4x + 2}{x + 3} + 0,5x$

D $y = \frac{4x + 2}{x - 3} - 0,5x$

E $y = \frac{4x + 2}{x - 3}$

F $y = \frac{4x + 2}{x + 3}$

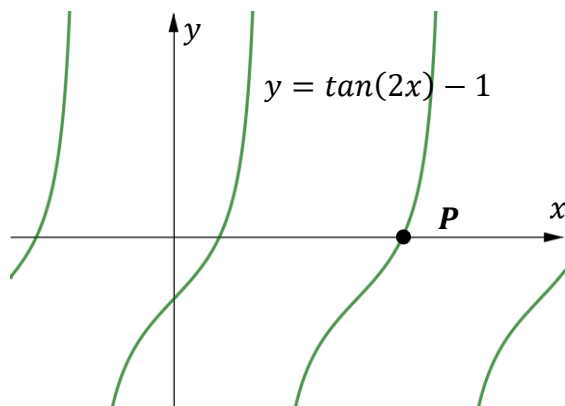


Ange **vilka två** av alternativen A – F som graferna visar.

Svar: _____

(0/1/0)

9. Figuren visar delar av grafen till funktionen $y = \tan(2x) - 1$.



a) Bestäm funktionens **period**. Svara i radianer *eller* grader.

Svar: _____

(1/0/0)

b) Punkten **P** är en skärningspunkt med x -axeln.

Bestäm x -värdet för punkten **P**. Svara i radianer *eller* grader.

Svar: _____

(0/1/0)

10. Ange en trigonometrisk funktion, f , som uppfyller villkoren nedan:

- Funktionen har ett maximum vid $x = 3^\circ$
- $f(x) = f(x + 20^\circ)$ för alla värden på x

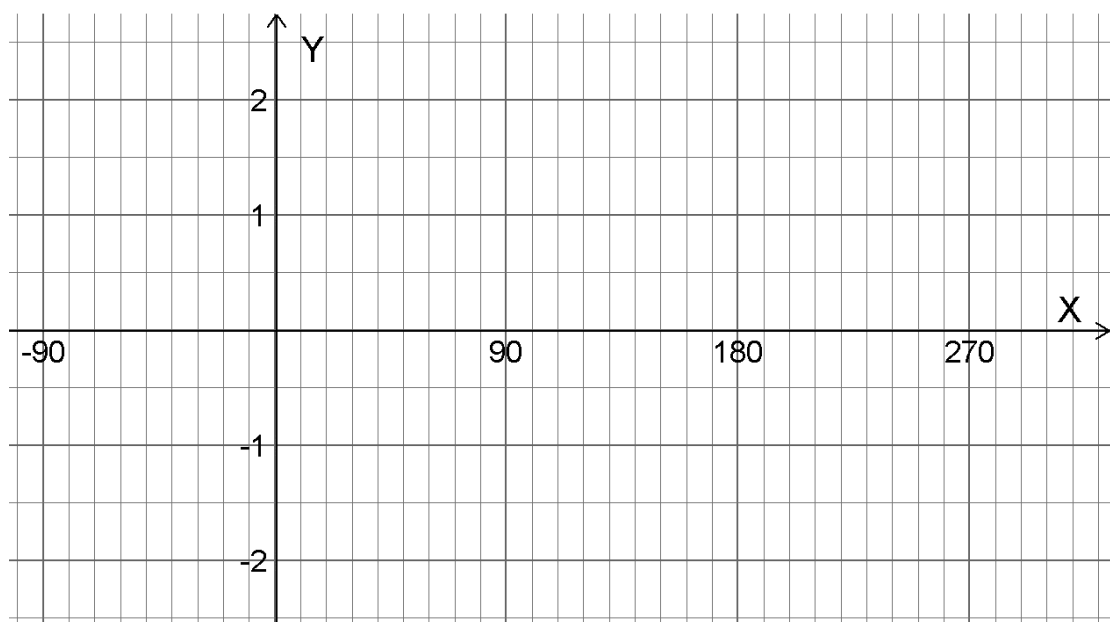
Svar: _____ (0/1/1)

11. Rita minst en period av grafen till funktionen

$$f(x) = \sin 2x + \sqrt{3} \cdot \cos 2x$$

i koordinatsystemet nedan.

(0/1/1)



**Del 1b – Utan digitala hjälpmedel – Fullständiga motiveringar krävs.
Skriv svaren direkt på provpappret.**

12. Hitta alla lösningar till ekvationen

$$\sin(10x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Svara i grader eller radianer!

(2/1/0)

13. Lös ekvationen $2 \sin(x) \cdot \sin(2x) = \sin(2x)$

(0/2/0)

14. Azze Ymph Tot resonerar kring den sneda asymptoten till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 6}{x + 3}$$

"Då x går mot oändligheten kommer täljaren att domineras av x^2 och nämnaren att domineras av x . Då borde $-4x + 6$ kunna strykas ur täljaren och $+3$ kunna strykas ur nämnaren.

Den sneda asymptoten blir då $\frac{x^2 - 4x + 6}{x + 3} = \frac{x^2}{x} = x \Rightarrow y = x$ "

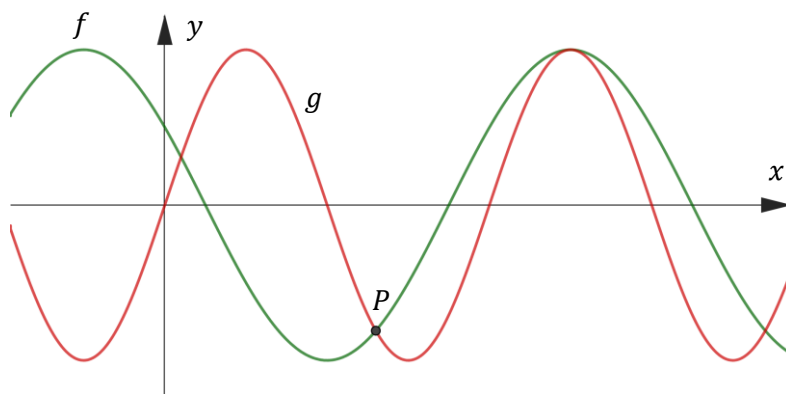
Azze har tyvärr fel i sin slutsats.

Bestäm den sneda asymptoten till funktionen f .

(0/0/2)

15. Figuren visar delar av graferna till funktionerna f och g där

$$f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{och} \quad g(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$



I figuren har en av skärningspunkterna markerats som punkten P .

Visa med beräkningar att punkten P har x -värdet $\frac{13\pi}{30}$

(0/0/3)

Namn: _____

Matematik 4 – Prov, kapitel 2, NA3B

*Radianer, Graftransformation, Asymptoter, Trigonometriska funktioner,
Trigonometriska ekvationer*

Del 2a – Med digitala hjälpmedel – Endast svar krävs! Skriv svaren direkt på provpappret.

D1. Hur många grader är 180 *radianer*?

Svar: _____ (1/0/0)

D2. Utgå från funktionerna $f(x) = \sin(2x)$ och $g(x) = 1 - 0,2x$.

Ekvationen $f(x) = g(x)$ har flera lösningar.

a) Bestäm **antalet** lösningar till ekvationen.

Svar: _____ (1/0/0)

b) Bestäm den **minsta** av dessa lösningar.

Svar: _____ (1/0/0)

D3. Bestäm alla lösningar till ekvationen $\tan(2x - 35^\circ) = 0,8$

Svara i grader!

Svar: _____ (2/0/0)

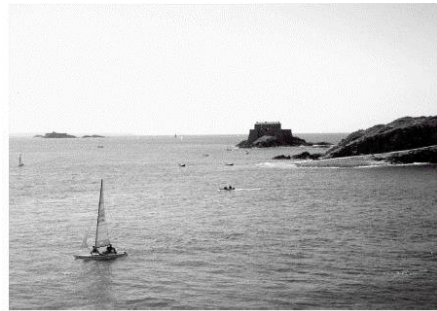
D4. I funktionen $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ är a , b , c och d konstanter.

Ange värden på dessa konstanter så att funktionen får de två
asymptoterna $y = 3$ och $x = -2$

Svar: $a =$ _____ $b =$ _____ $c =$ _____ $d =$ _____ (0/1/0)

- D5. Utanför den franska staden Saint Malo som ligger vid kusten mot Engelska kanalen har man funnit att vattendjupet, y meter, under en viss tid varierar enligt sambandet

$$y = 8,0 - 5,0 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$



där t är tiden i timmar räknat från klockan 08.00.

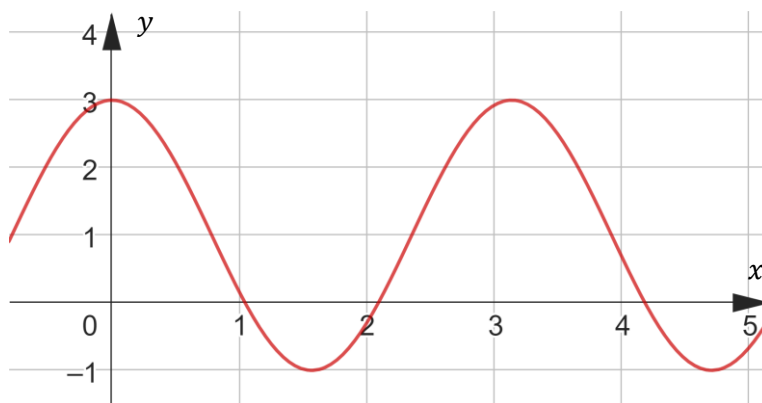
- a) Hur stort är vattendjupet vid klockan 12.00?

Svar: _____ (1/0/0)

- b) Hur många timmar under ett dygn kommer vattendjupet vara högre än 9 meter?

Svar: _____ (0/1/0)

- D6. Funktionen $f(x) = \cos^2(x)$ kan transformeras så att den ger grafen nedan.



Utgå från funktionen f och skriv det som saknas i uttrycket nedan för att ge grafen i bilden.

Svar: $y = \quad f(x)$ _____ (0/0/1)

Del 2b – Med digitala hjälpmedel – Fullständiga uträkningar/motiveringar krävs!

D7. Hampus försöker lösa ekvationen $\sin(x) = 1,5$ med sitt digitala verktyg.

$$\text{Ekv1: } \sin(x) = 1.5$$

$$l1 = \text{Lös}(\text{Ekv1})$$

$$\rightarrow \{ \}$$

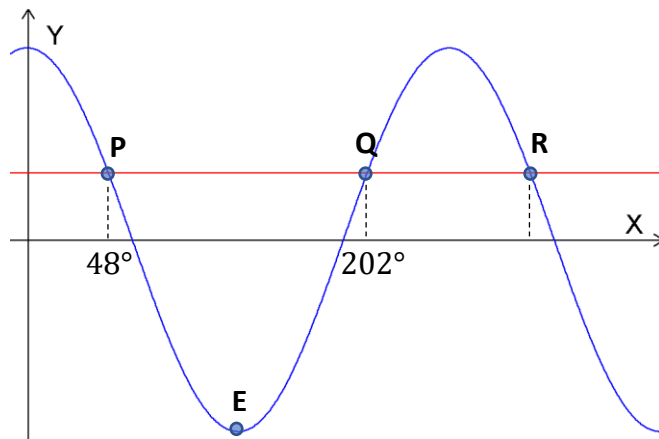
Förklara för Hampus varför han inte får något svar.

(1/0/0)

D8. Bestäm samtliga lösningar till **olikheten** $\cos\left(\frac{x}{3}\right) < -0,3$
(där x anges i radianer).

(1/1/0)

- D9.** Nedan visas grafen till en trigonometrisk funktion, som inte förskjutits varken i x -led eller y -led.
Punkterna **P**, **Q** och **R** har samma y -värde.
Två av deras x -värden visas i bilden.



I grafen finns även vändpunkten **E** markerad. Dess y -värde är -12 .

Bestäm koordinaterna för punkt **R**.

(0/3/0)

D10. När bönder plöjer sina åkrar bildas fåror (= fördjupningar i jorden).



En förenklad modell av dessa fåror ges av en trigonometrisk funktion:

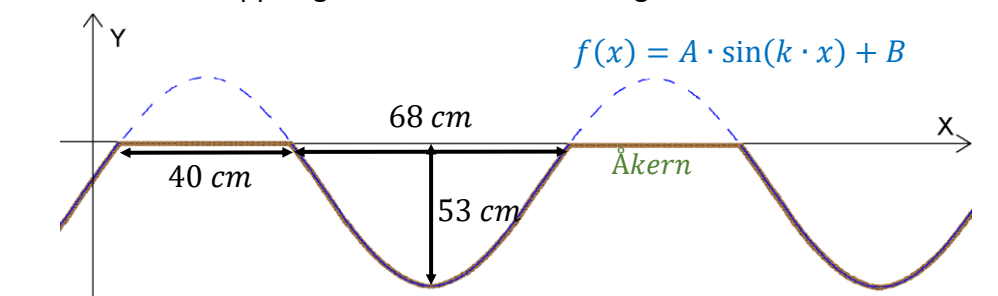
$$f(x) = A \cdot \sin(kx) + B$$

f är höjden i cm räknat från den platta delen.

x är avståndet i cm längs åkern

och A , k och B är konstanter.

En bonde mäter upp några avstånd som visas i figuren nedan:



Skiss över åkern i genomskärning

a) Bestäm värdet av konstanten k med hjälp av de uppmätta värdena i figuren. *Svara exakt eller med 3 decimaler!* (0/1/0)

b) Bestäm värdet av konstanterna A och B *Svara med 3 decimaler!* (0/0/2)