

Några blandade problemlösningssuppgifter om derivata

Uppgifterna 1 – 8 är tänkta att lösas utan miniräknare

1. a) Bestäm tangentens ekvation till funktionen $f(x) = \ln(x)$ i den punkt där $x = 1$

b) I en annan punkt är tangentens ekvation $y = 0,25x + 0,386$
Vid vilket x -värde finns denna punkt?

2. Hitta det x -värde som ger största värdet till funktionen $f(x) = x \cdot e^{-0,1x}$.
Svara exakt!

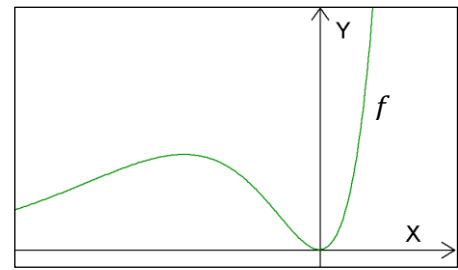
3. Visa att det för funktionen $f(x) = \sin(ax) - \cos(x)$ gäller att tangenten i den punkt där $x = 0$ har ekvationen $y = ax - 1$.

4. Bestäm $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ då $f(x) = x - \ln(1 + 2x)$ om x anges i radianer

5. Grafen till funktionen $f(x) = x^2 \cdot e^x$ visas till höger.

Funktionen har ett lokalt maximum.

Bestäm koordinaterna för detta maximum.
Svara exakt!

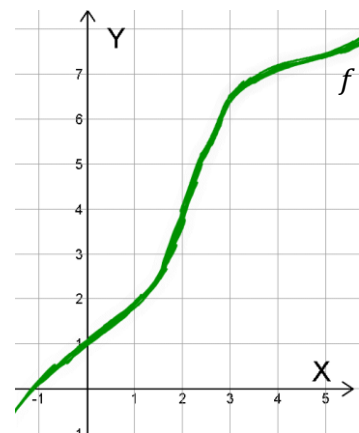


6. Till höger visas grafen till funktionen $y = f(x)$

Funktionen $y = f(x)$ har en tangent med tangeringspunkt $(3; 6,5)$ som skär y-axeln vid $y = 2$

En annan funktion, g , är definierad som
 $g(x) = (f(x))^2$

Bestäm värdet av $g'(3)$



7. a) Visa att det för funktionen $f(x) = x^3 + bx$ inte kan finnas några maxpunkter om $x > 0$ oavsett värde på b

b) Visa att det för funktionen $f(x) = x^3 + bx$ kommer finnas **en minpunkt** om $x > 0$ om $b < 0$

8. Funktionen f har derivatan $f'(x) = 5x + 12\cos\left(\frac{x}{3}\right)$
- a) Sten Koll påstår att funktionen f måste sakna maximipunkt.
Undersök om Sten har rätt.
- b) Den kloke Derivia påstår att funktionen dock har en minpunkt
Visa att Derivia har rätt.

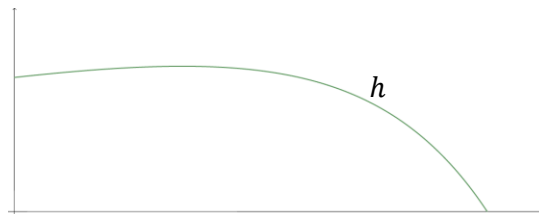
Uppgifterna 9 – 11 är tänkta att lösas med miniräknare

9. a) Bestäm tangentens ekvation till funktionen $e^{-x} + \sin(\ln(x))$
i den punkt där $x = 1,2$.
Svara med 3 decimaler!
- b) Det finns en punkt i intervallet $10 < x < 15$ där y -värdet är 0,5.
Bestäm derivatans värde i denna punkt.
Svara med 3 decimaler!
- c) Det finns en punkt i intervallet $1 < x < 5$ där **derivatan** har värdet 0,2.
Bestäm x -värdet i denna punkt.
Svara med 3 decimaler!

10. Figuren visar en förenklad bild av en klippa vid havet där höjden över vattnet, h meter, beskrivs av

$$h(x) = 4 + 0,1x - \frac{e^{0,2x}}{0,2x+6}$$

där x anger antalet meter i horisontell riktning.



- a) Hur stor är lutningen i den punkt där höjden är 1,5 meter?

Svara med 3 decimaler!

- b) Karolina vill prova att bygga klostorn vid två ställen och jämföra hur höga de blir innan de välter.

Den punkt där lutningen är noll, och den punkt den där lutningen är $-0,1$

Var ligger dessa punkter?

Svara med 3 decimaler!

11. Figuren till höger visar grafen till kurvan $f(x) = 2\cos(x)$, där x anges i radianer, samt den tangent till f som går igenom punkten P , där punkten P är skärningspunkten mellan f och x -axeln.

Bestäm tangentens ekvation.

Svara med 3 decimaler!

